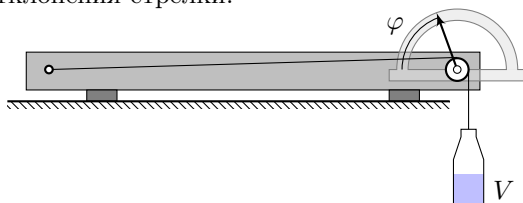


Задача №10-Е1. Тепловое сопротивление

Результаты приведены для эксперимента с авторской установкой, которая отличалась массой пустой бутылки и маркой проволоки.

Подвесим пустую бутылку к измерительному стенду с помощью куска проволоки большей длины и выставим стрелку в некоторое положение (см. рисунок). Обратим внимание, что изначально куски проволоки скручены в витки, и вследствие этого могут проявлять нелинейность растяжения по нагрузке. Проверим, что колесико свободно вращается, не касаясь транспорта и головки винта. Начнём наливать в бутылку воду с помощью шприца порциями по 20 мл, измеряя при этом угол φ отклонения стрелки.



$\varphi, ^\circ$	$V, \text{мл}$	$F, \text{Н}$	ε
35	0	0,18	0,00000
37	20	0,37	0,00013
37	40	0,57	0,00013
39	60	0,76	0,00025
40	80	0,96	0,00031
42	100	1,16	0,00044
43	120	1,35	0,00050
45	140	1,55	0,00063
46	160	1,74	0,00069
48	180	1,94	0,00082
50	200	2,14	0,00094
51	220	2,33	0,00101
53	240	2,53	0,00113
54	260	2,72	0,00120
56	280	2,92	0,00132

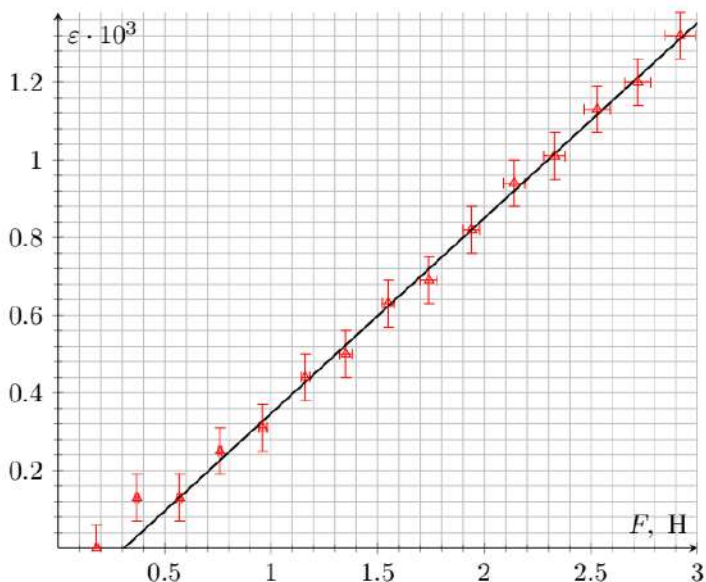
В представленной таблице расчёт растягивающей силы F и относительного удлинения ε произведён по формулам

$$F = \rho V g + m_0 g,$$

$$\varepsilon = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \frac{(\varphi - \varphi_0) r}{L},$$

где φ_0 – начальный угол отклонения стрелки. Построенный график ε от F имеет линейный вид в пределах погрешности.

Погрешность определения силы составляет $\Delta F = (0,5 \text{ мл}/20 \text{ мл}) \cdot F$, погрешность определения относительного удлинения составляет $\Delta \varepsilon = (\pi/180^\circ) \cdot 1^\circ \cdot r/L = 6 \cdot 10^{-5}$.

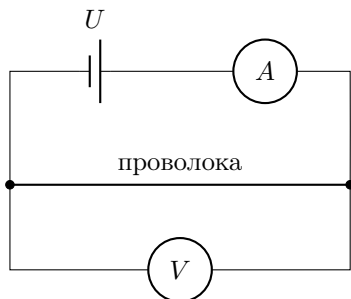


Зависимость ε от F

Наблюдаемый сдвиг по оси F может быть обусловлен наличием силы трения между колесиком и осью. Угловой коэффициент сглаживающей прямой $k_1 = 1/ES = (0,50 \pm 0,03) \cdot 10^{-3} \text{ Н}^{-1}$, где $S = \pi d^2/4$, тогда модуль Юнга $E = 1/k_1 S = (113 \pm 7) \text{ ГПа}$. В работе используется неизолированная медная проволока. Табличное значение модуля Юнга для меди $E_{\text{Cu}} = 118 \text{ ГПа}$.

$$E = (113 \pm 7) \text{ ГПа}.$$

Подвесим к свободному концу куска длинной проволоки пустую бутылку и затем нальём небольшое количество воды (≈ 100 мл). Это надо для того, чтобы преодолеть зону застоя, связанную с наличием трения в оси колёсика. Соберем электрическую цепь, схема которой изображена на рисунке.



Подключим кусок проволоки, амперметр и источник последовательно. Параллельно с куском проволоки подключим мультиметр в режиме вольтметра.

Возможные хорошие варианты:

- «Крокодилы» проводов подключаем к проводу вблизи болта и проводу около колесика на вертикальном участке проволоки.
- «Крокодилы» проводов подключаем к небольшим свободным концам проволоки в местах крепления к бутылке и болту. Значения напряжений при этом пересчитываем.

Первое измерение проведем при температуре проволоки близкой к комнатной (при малых значениях сил токов). При этом используем мультиметр в режиме «200 mA».

Посмотрим, как меняется длина медной проволоки при пропускании через неё «амперных токов». Для этого переведём амперметр в режим «10 А». Далее, увеличивая напряжение на источнике, измеряем угол поворота стрелки φ , силу тока I на амперметре и напряжение U на вольтметре в режиме «нагрева» (увеличения силы тока) и «остывания» (уменьшения силы тока).

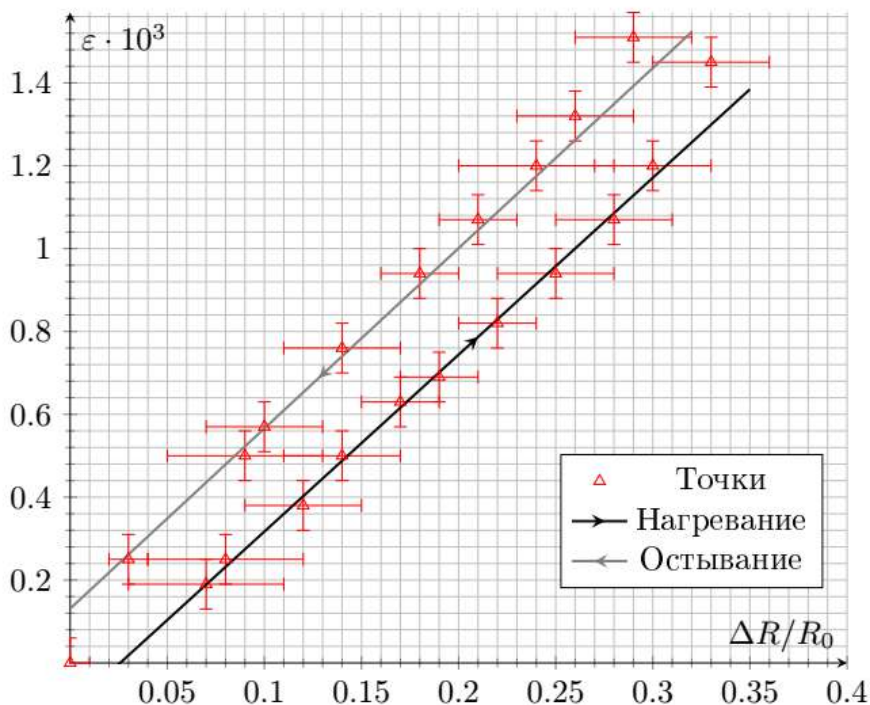
Последнее измерение проводим опять при температуре проволоки близкой к комнатной. При этом используем мультиметр в режиме «200 mA».

$\varphi, ^\circ$	I, A	U, B	$\Delta R/R_0$	ε
36	0,0824	0,0858	0,00	0,00000
Нагревание				
39	0,75	0,837	0,07	0,00019
40	0,86	0,965	0,08	0,00025
42	1,07	1,252	0,12	0,00038
44	1,21	1,438	0,14	0,00050
46	1,35	1,649	0,17	0,00063
47	1,45	1,803	0,19	0,00069
49	1,56	1,984	0,22	0,00082
51	1,66	2,16	0,25	0,00094
53	1,73	2,30	0,28	0,00107
55	1,83	2,48	0,30	0,00120
60	2,02	2,71	0,29	0,00151
Остывание				
59	1,93	2,67	0,33	0,00145
57	1,76	2,31	0,26	0,00132
55	1,62	2,09	0,24	0,00120
53	1,51	1,901	0,21	0,00107
51	1,37	1,68	0,18	0,00094
48	1,18	1,401	0,14	0,00076
45	0,99	1,132	0,10	0,00057
44	0,82	0,927	0,09	0,00050
40	0,0442	0,0473	0,03	0,00025

Исследуемая температурная зависимость сопротивления определяется формулой $R = R_0(1 + \alpha\Delta t)$, поэтому $\Delta R/R_0 = (R - R_0)/R_0 = \alpha\Delta t$, где R_0 – начальное сопротивление. Такой же вид и у зависимости относительного удлинения проволоки от температуры: $\varepsilon = \Delta l/l = \beta\Delta t$. А значит график зависимости ε от $\Delta R/R_0$ будет линейным.

Сопротивление R будем рассчитывать по формуле $R = U/I$, а относительное удлинение ε – по формуле $\varepsilon = (\pi/180^\circ) \cdot (\varphi - \varphi_0)r/L$.

Погрешность относительного удлинения находим по формуле $\Delta\varepsilon = (\pi/180^\circ) \cdot 1^\circ \cdot r/L = 6 \cdot 10^{-5}$, погрешность $\Delta R_0 = (\Delta I_0/I_0 + \Delta U_0/U_0) R_0 = 0,007$ Ом. Погрешность для ΔR находим аналогично, в результате чего погрешность значения $R - R_0$ оказывается порядка 0,04 Ом. Основной вклад в погрешность данной величины дает погрешность амперметра в режиме «10 А».



Зависимость ε от $\Delta R/R_0$

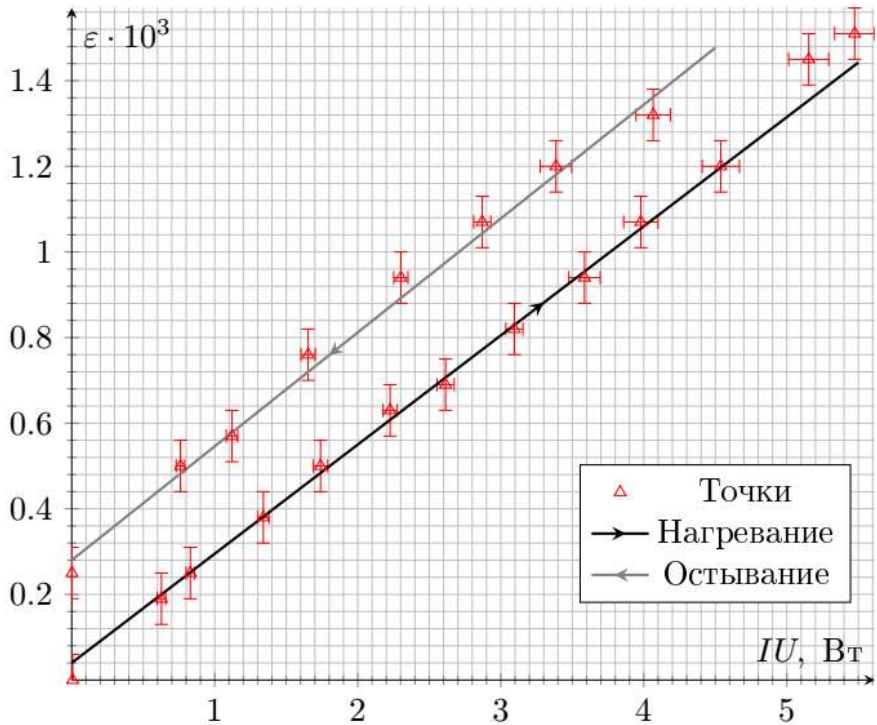
На графике приведены линейные участки снятых зависимостей. Отчётливо виден гистерезис, связанный с изменением направления силы трения в колесике при смене режима «нагревания» на режим «остывания». При этом угловые коэффициенты $k_{\text{наг}} = (4,3 \pm 0,4) \cdot 10^{-3}$, $k_{\text{ост}} = (4,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-3}$ совпадают в пределах погрешности. В рамках используемой модели угловой коэффициент графика

должен быть равен β/α . Для его нахождения усредним $k_{\text{наг}}$ и $k_{\text{ост}}$:

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{k_{\text{наг}} + k_{\text{ост}}}{2} = (4,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-3}.$$

Чем больше масса подвешенного груза, тем сильнее проявляется гистерезис, и при правильном выборе объема воды налитого в бутылку ($V > 60$ мл) он всегда проявляется. При этом $\frac{k_{\text{наг}} + k_{\text{ост}}}{2}$ остается постоянным.

Возможно выбрать другие координаты, линеаризующие снятую зависимость. Считая мощность теплопотерь $W_{\text{пот}}$ пропорциональной разности температур Δt между проволокой и внешней средой: $W_{\text{пот}} = k_{\text{пот}} \Delta t$, можем записать уравнение теплового баланса $IU = W_{\text{пот}} = k_{\text{пот}} \Delta t$. Таким образом, зависимость относительного удлинения ε от IU должна быть линейной.



Зависимость ε от IU

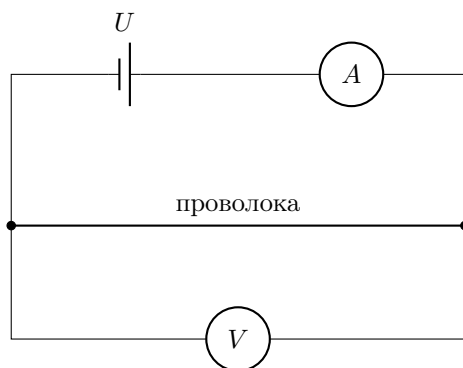
На этом графике также отчётливо виден гистерезис, связанный с изменением

направления силы трения в колесике при смене режима «нагрева» на режим «остывания». Угловые коэффициенты тоже совпадают в пределах погрешности.

Для определения коэффициента β нужно использовать соотношение $\frac{\beta}{\alpha}$, найденное описанным выше методом. Независимо найдем температурный коэффициент сопротивления α .

Исследуем, как зависит сопротивление медной проволоки от температуры. Для этого поместим короткий кусок проволоки в горячую воду, температуру которой измерим термометром. Подадим на проволоку небольшое напряжение от источника порядка 200 мВ. Далее снимем значения силы тока в цепи и напряжения на концах куска проволоки от температуры воды.

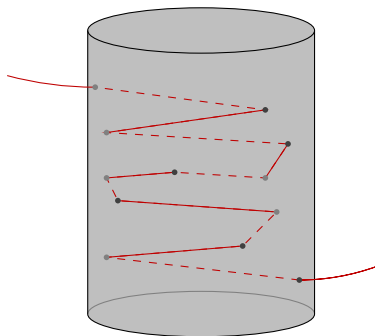
Для определения сопротивления через проволоку пропустим «небольшой» ток (в диапазоне до 200 мА). Силу тока измерим «миллиамперметром», а напряжение на концах проволоки – «милливольтметром». Обратим внимание, что сопротивление проволоки при длине $l = 1$ м составляет порядка 1 Ом, в связи с чем амперметр нельзя считать идеальным.



Выданная проволока неизолированная, так что при помещении её в воду важно, чтобы не было касания (т.е. электрического контакта) друг с другом витков проволоки. Если допустить контакты между витками проволоки, то они могут смещаться при налипании воды, меняя сопротивление проволоки.

Этого можно добиться, например, сделав в маленьком стаканчике отверстия канцелярской кнопкой и пропустив через них проволоку. Обратим внимание, что сопротивление проволоки не меняется при помещении её в воду комнатной температуры.

$t, ^\circ\text{C}$	$U, \text{ мВ}$	$I, \text{ мА}$	$\Delta R/R_0$
33,7	46,5	45,2	0,000
Остывание			
87,0	51,2	41,9	0,188
85,0	51,1	42,0	0,183
83,0	51,1	42,1	0,180
81,0	50,8	42,3	0,167
79,0	50,6	42,4	0,160
77,0	50,5	42,5	0,155
75,0	50,3	42,6	0,148
73,0	50,0	42,8	0,136
71,0	49,8	42,9	0,128
69,0	49,7	43,0	0,124
67,0	49,6	43,2	0,116
65,0	49,4	43,3	0,109
63,0	49,2	43,4	0,102
61,0	49,1	43,5	0,097
59,0	48,9	43,7	0,088
58,0	48,8	43,7	0,085
57,0	48,6	43,7	0,081
56,0	48,6	43,8	0,079
55,0	48,4	43,9	0,072
54,0	48,4	43,9	0,072
53,0	48,3	43,9	0,069
52,0	48,2	44,0	0,065
51,0	48,0	44,0	0,060
41,5	47,0	44,6	0,024



Схематичный вид стакана с проволокой

Полученную систему опустим в большой стакан с горячей водой. Не меняя значение напряжения на источнике, снимем значения силы тока I и напряжения U на концах куска проволоки при разных температурах воды t . Для расчёта R_0 используем данные, полученные при практически комнатной температуре.

Как уже говорилось ранее, температурная зависимость сопротивления определяется формулой $R = R_0(1 + \alpha\Delta t)$, поэтому в координатах $\Delta R/R_0$ от t график должен быть линейным.

Погрешность t составляет $0,3^\circ\text{C}$, погрешность $\Delta R/R_0$ определяется аналогично прошлому пункту. Отметим, что основной вклад в погрешность вносит погрешность термометра.

Пока производим расчёты, вода успевает остыть. Это даёт возможность снять две дополнительные точки при более низких температурах.

С помощью графика, который получился линейным, определяем угловой коэффициент $k_4 = (3,60 \pm 0,06) \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Этот угловой коэффициент совпадает с температурным коэффициентом сопротивления $\alpha = k_4 = (3,60 \pm 0,06) \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Табличное значение температурного коэффициента сопротивления для меди: $\alpha_{\text{Cu}} = 3,93 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

С учётом значения $\beta/\alpha = (4,4 \pm 0,4) \cdot 10^{-3}$, найденного в предыдущем пункте, вычисляем $\beta = (1,7 \pm 0,2) \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Табличное значение температурного коэффициента расширения для меди $\beta_{\text{Cu}} = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

$$\beta = (1,7 \pm 0,2) \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}.$$

Примечание: Температурная зависимость сопротивления определяется не только зависимостью ее удельного сопротивления $\Delta\rho/\rho = \gamma\Delta t$ от температуры но и изменением ее геометрических размеров: $\Delta l/l = \beta\Delta t$, $\Delta S/S = \Delta(r^2)/r^2 = 2r\Delta r/r^2 = 2\beta\Delta t$, так как они все вместе входят в конечную формулу $R = \rho l/S$.

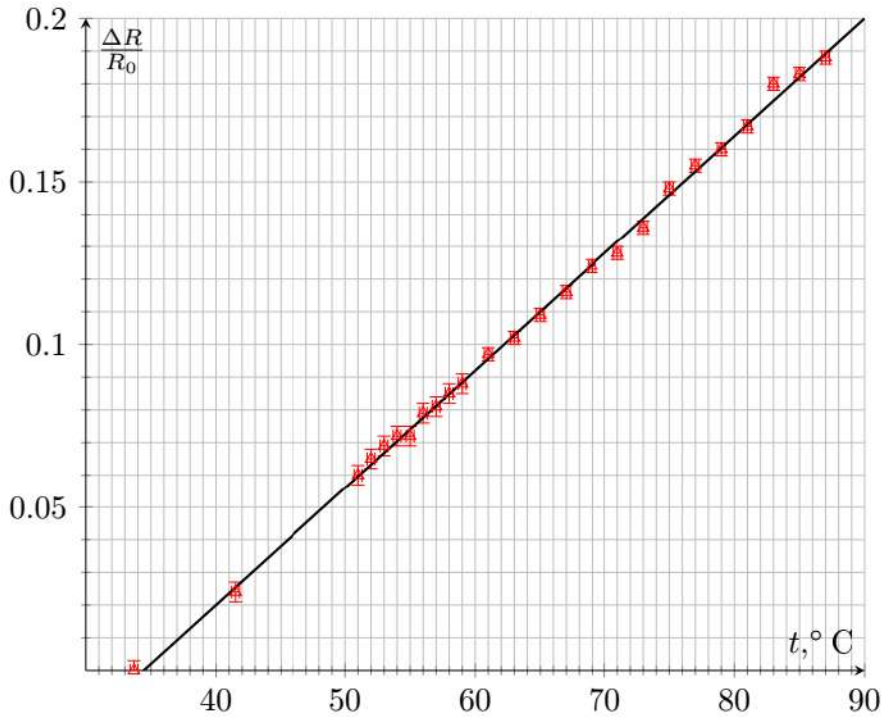


График $\Delta R/R_0$ от T

Итого:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta l}{l} - \frac{\Delta S}{S} = (\gamma - \beta)\Delta t,$$

но в нашем случае $\beta \ll \gamma$, поэтому $\alpha \simeq \gamma$. Учет этих факторов никаким образом не влияет на представленное решение задачи.