

9 класс

Второй день

- 9.5. Квартал представляет собой клетчатый квадрат 10×10 . В новогоднюю ночь внезапно впервые пошёл снег, и с тех пор каждую ночь на каждую клетку выпадало ровно по 10 см снега; снег падал только по ночам. Каждое утро дворник выбирает один ряд (строку или столбец) и сгребает весь снег оттуда на один из соседних рядов (с каждой клетки — на соседнюю по стороне). Например, он может выбрать седьмой столбец и из каждой его клетки сгрести весь снег в клетку слева от неё. Сгребать снег за пределы квартала нельзя. Вечером сотого дня года в город приедет инспектор и найдёт клетку, на которой лежит сугроб наибольшей высоты. Цель дворника — добиться, чтобы эта высота была минимальна. Сугроб какой высоты найдёт инспектор?
- 9.6. Высоты остроугольного треугольника ABC , в котором $AB < AC$, пересекаются в точке H , а O — центр описанной около него окружности Ω . Отрезок OH пересекает описанную около треугольника BHC окружность в точке X , отличной от O и H . Окружность, описанная около треугольника AOX , пересекает меньшую дугу AB окружности Ω в точке Y . Докажите, что прямая XY делит отрезок BC пополам.
- 9.7. На доске написаны 8 различных квадратных трёхчленов; среди них нет двух, дающих в сумме нулевой многочлен. Оказалось, что если выбрать любые два трёхчлена $g_1(x)$, $g_2(x)$ с доски, то оставшиеся 6 трёхчленов можно обозначить как $g_3(x)$, $g_4(x)$, ..., $g_8(x)$ так, что у всех четырёх многочленов $g_1(x) + g_2(x)$, $g_3(x) + g_4(x)$, $g_5(x) + g_6(x)$ и $g_7(x) + g_8(x)$ есть общий корень. Обязательно ли все трёхчлены на доске имеют общий корень?
- 9.8. 1000 детей, среди которых нет двух одинакового роста, выстроились в шеренгу. Назовём пару различных детей (a, b) *хорошей*, если между ними не стоит ребёнка, рост которого больше роста одного из a и b , но меньше роста другого. Какое наибольшее количество хороших пар могло образоваться? (Пары (a, b) и (b, a) считаются одной и той же парой.)