

## 11 класс

## Первый день

- 11.1. В пространстве расположен бесконечный цилиндр (т.е. геометрическое место точек, удалённых от данной прямой  $\ell$  на данное расстояние  $R > 0$ ). Могут ли шесть прямых, содержащих рёбра некоторого тетраэдра, иметь ровно по одной общей точке с этим цилиндром?
- 11.2. Тройку положительных чисел  $(a, b, c)$  назовём *загадочной*, если

$$\sqrt{a^2 + \frac{1}{a^2c^2} + 2ab} + \sqrt{b^2 + \frac{1}{b^2a^2} + 2bc} + \sqrt{c^2 + \frac{1}{c^2b^2} + 2ca} = 2(a + b + c).$$

Докажите, что если тройка  $(a, b, c)$  — загадочная, то тройка  $(c, b, a)$  — тоже загадочная.

- 11.3. Юрий подошёл к великой таблице майя. В таблице 200 столбцов и  $2^{200}$  строк. Юрий знает, что в каждой клетке таблицы изображено солнце или луна, и любые две строки отличаются (хотя бы в одном столбце). Каждая клетка таблицы закрыта листом. Поднялся ветер и сдул некоторые листы: по два листа с каждой строки. Могло ли так случиться, что теперь Юрий хотя бы про 10 000 строк может узнать, что в них изображено в каждом из столбцов?
- 11.4. Четырёхугольник  $ABCD$ , в котором нет параллельных сторон, вписан в окружность  $\omega$ . Через вершину  $A$  проведена прямая  $\ell_a \parallel BC$ , через вершину  $B$  — прямая  $\ell_b \parallel CD$ , через вершину  $C$  — прямая  $\ell_c \parallel DA$ , через вершину  $D$  — прямая  $\ell_d \parallel AB$ . Четырёхугольник, последовательные стороны которого лежат на этих четырёх прямых (именно в этом порядке), вписан в окружность  $\gamma$ . Окружности  $\omega$  и  $\gamma$  пересекаются в точках  $E$  и  $F$ . Докажите, что прямые  $AC$ ,  $BD$  и  $EF$  пересекаются в одной точке.