

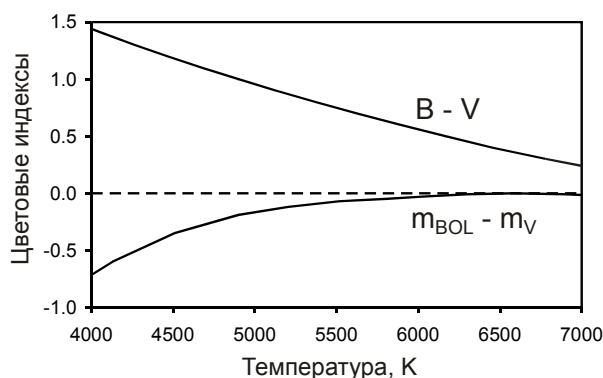
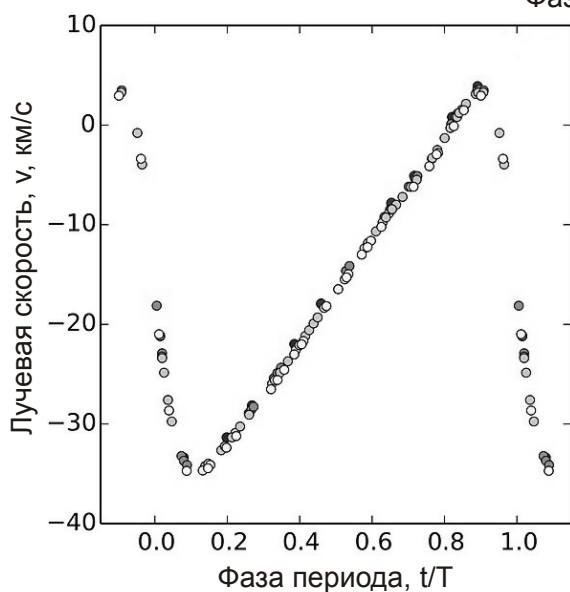
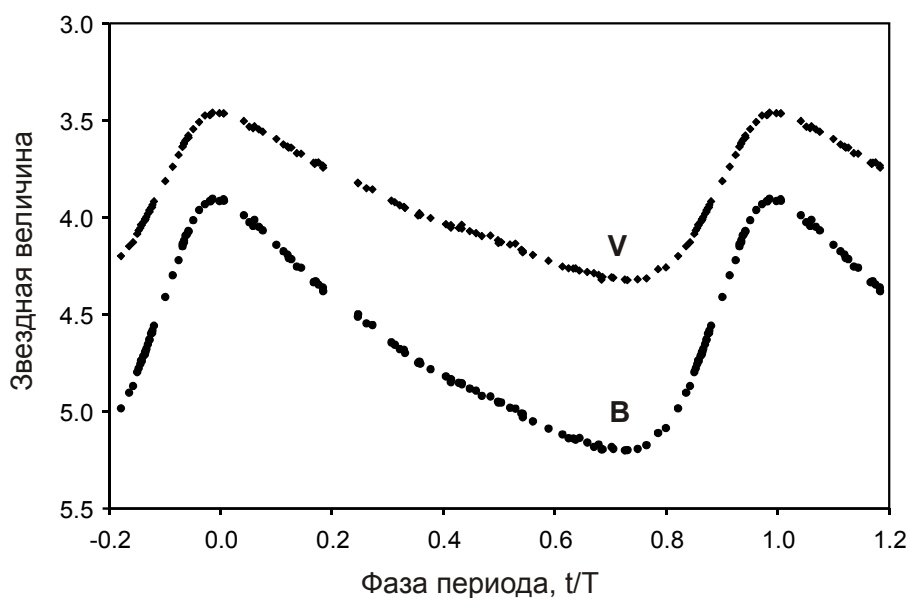
Всероссийская олимпиада школьников по астрономии
Заключительный этап – 2024 год
Второй (практический) тур

ПРАКТИЧЕСКИЙ ТУР

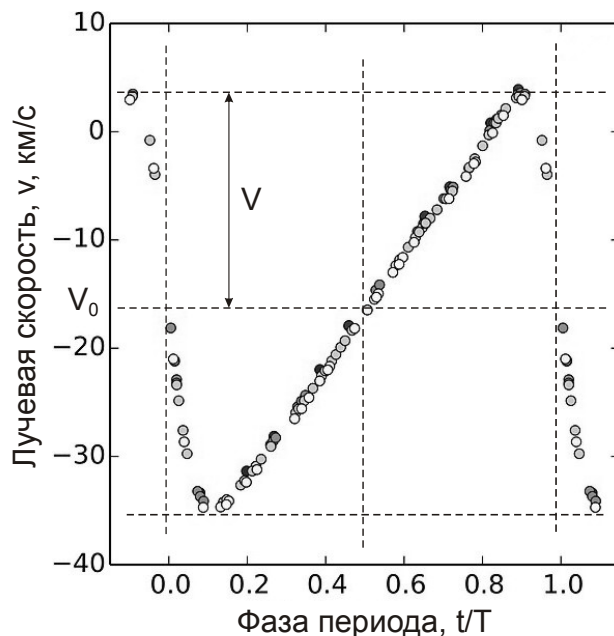


10.7. ГЛАВНАЯ ИЗ ЦЕФЕИД (О.С. Угольников)

7. Условие. Перед Вами – кривые блеска в полосах В и V и гелиоцентрической лучевой скорости звезды δ Цефея – родоначальницы класса переменных звезд – цефеид. По оси абсцисс отложена фаза – время в единицах периода изменения блеска. По этим данным определите минимальный и максимальный радиусы звезды. При решении вы можете воспользоваться диаграммой, на которой показана связь показателя цвета В–V и болометрической поправки с эффективной температурой звезды. Период составляет 5.366 суток. Потемнением звезды к краю, ее вращением и межзвездным поглощением пренебречь.



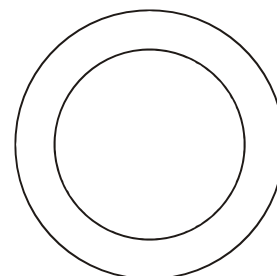
7. Решение. Обратим внимание вначале на кривую лучевой скорости. Мы видим, что максимальная лучевая скорость составляет $+4$ км/с, минимальная -36 км/с. Изменение лучевой скорости от максимума к минимуму и обратно происходит за разное время, однако кривая вполне симметрична относительно горизонтальной оси. Поэтому средняя лучевая скорость звезды -16 км/с характеризует движение самой звезды относительно Солнца, а вариации с амплитудой $v = 20$ км/с вызваны ее пульсациями.



Лучевая скорость сравнивается с v_0 при фазах 0.0 и 0.5. В эти моменты скорость, связанная с пульсациями, обращается в ноль, то есть звезда достигает минимального и максимального радиуса. Фаза 0.0 соответствует минимуму радиуса, так как после этого лучевая скорость, связанная с пульсациями, становится отрицательной, то есть звезда начинает расширяться, и поверхность звезды движется к нам. Обратим внимание, что фаза 0.0 соответствует максимуму блеска звезды, то есть звезда достигает максимального блеска при минимальном радиусе.

Рост лучевой скорости от фазы 0.1 до фазы 0.9 происходит практически линейным образом. Быстрое убывание скорости несколько отличается от линейного, однако влияние нелинейности невелико вследствие кратковременности этой стадии пульсаций. В итоге, при определении максимального и минимального радиуса мы можем считать, что звезда расширяется и сжимается с постоянной средней видимой лучевой скоростью $v/2 = 10$ км/с.

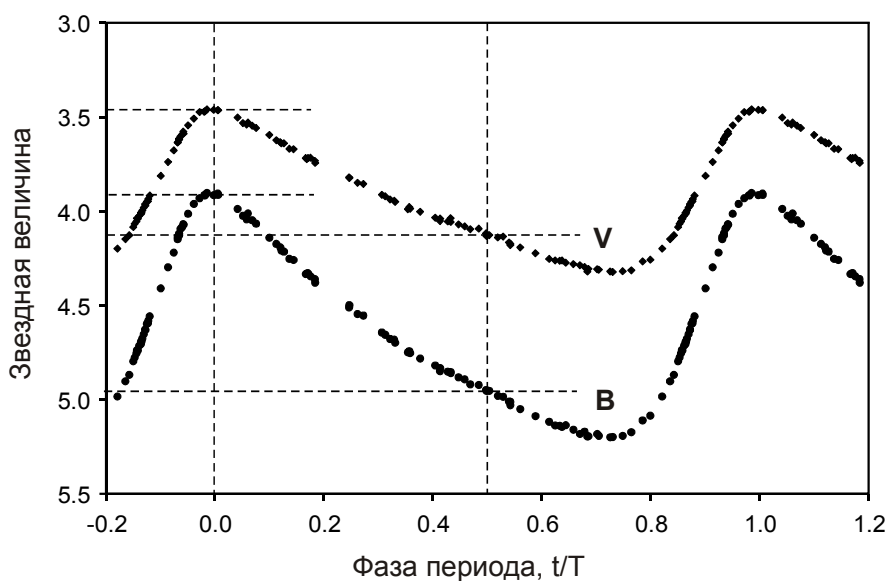
Но здесь нам нужно учесть, что лучевая скорость, измеренная спектроскопическим способом, не равна физической скорости расширения или сжатия звезды. Мы фиксируем излучение от всего видимого диска звезды. И если ее видимый центр движется к нам со скоростью расширения u , то края не имеют лучевой скорости, связанной с расширением. Мы фиксируем среднюю лучевую скорость по диску звезды, равную $k \cdot u$, где k — некоторая постоянная величина, меньшая единицы. Ее можно определить с хорошей точностью, достаточной для решения задачи.



К примеру, мы можем рассмотреть окружность на диске звезды с радиусом $1/\sqrt{2} \sim 0.7$ от видимого радиуса звезды. Эта окружность будет делить диск звезды на две части, равные по площади.

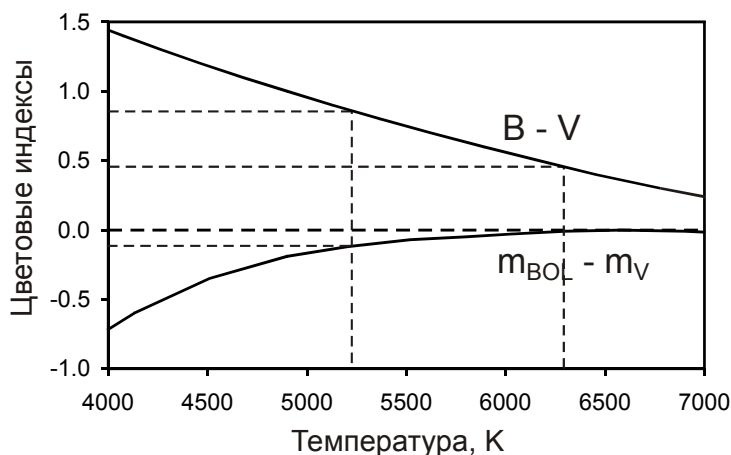
На окружность попадут элементы поверхности звезды, расположенные под углом 45° относительно линии от центра звезды к наблюдателю. Лучевая скорость этой части будет равна $u/\sqrt{2} \sim 0.7u$, и мы можем считать это приближением средней скорости. Можно считать, что раз скорость во внутренней части диска меняется от $0.7u$ до $1.0u$, то средняя скорость там составит $0.85u$. Во внешней части она составит $0.35u$. Средняя скорость по всему диску тогда будет равна $0.6u$. Все это – вполне допустимые приближения к точной средней скорости, равной $2u/3 = v/2 = 10$ км/с. Таким образом, средняя скорость расширения и сжатия звезды составляет 15 км/с.

Время расширения и сжатия составляет половину периода или 2.683 дня. Умножая его на среднюю скорость, мы получаем разницу максимального и минимального радиусов ΔR , равную 3.5 млн км.



Отметим теперь моменты достижения минимального и максимального радиуса на кривой блеска звезды и запишем ее фотометрические характеристики:

Фаза	V	B	B - V	$m_{\text{BOL}} - m_V$	m_{BOL}	T, K
0.0	3.90	4.95	1.05	0.00	3.90	6300
0.5	4.95	4.95	0.00	-0.10	4.85	5220



Зная температуру и болометрическую звездную величину в оба момента, мы можем записать соотношение радиусов звезды:

$$\frac{R_{0.5}}{R_{0.0}} = \left(\frac{L_{0.5}}{L_{0.0}} \cdot \frac{T_{0.0}^4}{T_{0.5}^4} \right)^{1/2} = \left(10^{-0.4(m_{0.5}-m_{0.0})} \cdot \frac{T_{0.0}^4}{T_{0.5}^4} \right)^{1/2} \approx 1.13 \approx \frac{8}{7}.$$

Зная, что в фазе 0.5 радиус на $\Delta R=3.5$ млн км больше, чем в фазе 0.0, получаем:

$$\begin{aligned} R_{0.0} &= 7\Delta R = 24.5 \text{ млн км,} \\ R_{0.5} &= 8\Delta R = 28.0 \text{ млн км.} \end{aligned}$$

Это соответствует 35 и 40 радиусам Солнца, что весьма близко к истине. Учет межзвездного поглощения увеличит температуру звезды в данные два момента, но мало скажется на радиусах.

Существует еще один способ (хотя и менее логичный с научной точки зрения) получить ответ, если вспомнить, что δ Цефея – классическая цефеида, и к ней применима зависимость «период – светимость». Она позволяет определить абсолютную звездную величину в максимуме (фаза равна 0.0) в полосе V:

$$M_V = -1.43 - 2.81 \lg P = -3.5.$$

По абсолютной величине в полосе V эта звезда на 8.2^m ярче Солнца. Боллометрическая поправка у цефеиды в максимуме пренебрежительно мала, из чего мы получаем, что звезда в максимуме в 1900 раз ярче Солнца. Найдя по показателю цвета ее температуру (как сделано выше), 6300 K (1.09 температуры Солнца) получаем значение радиуса в максимуме светимости: 37 радиусов Солнца. Сравнив радиусы в максимуме и в фазе 0.5 по формуле, записанной выше, получаем радиус в фазе 0.5: 42 радиуса Солнца. Ответы достаточно близки, но данный метод, как уже сказано выше, менее логичен, так как в реальности зависимость «период-светимость» для цефеид была получена на основе измерений радиусов и светимостей этих звезд, а не наоборот.

7. Источники данных.

1. Engle, S.G., 2014. The Secret Lives of Cepheids. A Multi-Wavelength Study of the Atmospheres and Real-Time Evolution of Classical Cepheids // PhD Thesis, Villanova University, USA.
2. Anderson, R.I., Sahlmann, J., Holl, B., Eyer, L., Palaversa, L., Mowlavi, N., Suveges, M., Roelens, M., 2015. Revealing δ Cephei's Secret Companion and Intriguing Past // *Astrophysical Journal*, V.804, P.144.

7. Система оценивания. Задание может быть решено двумя разными способами – определением разницы радиусов по данным о лучевой скорости и на основе зависимости «период – светимость». Некоторые элементы решений этими способами являются общими, поэтому система оценивания по обоим способам рассматривается вместе.

1 этап – 3 балла (оба способа). Указание фаз, при которых радиус будет достигать минимума и максимума. Фазы должны быть равны 0.0 для минимума и 0.5 для максимума радиуса (не наоборот!) с точностью до 0.05. За указание каждой правильной фазы выставляется по 1 баллу, третий дополнительный балл ставится, если верны оба значения фазы.

Если участник отмечает иные фазы максимума и минимума, то оценивание зависит от того, как эта ошибка влияет на ход дальнейшего решения. Жюри должно проверить, появляются ли долговременные тренды радиуса звезды в результате неверного определения фазы (при которых радиус звезды в каждом периоде увеличивается на большую величину, чем убывает,

и тем самым звезда становится больше на каждом цикле либо наоборот). При наличии такого тренда данный этап не засчитывается, остальные оцениваются не более чем по 1 баллу. Если тренд отсутствует – данный этап не засчитывается, остальные оцениваются не более чем на 2 балла.

Пример 1: участник забывает о собственной лучевой скорости звезды и считает моментами максимума и минимума радиуса фазы, при которых лучевая скорость обращается в ноль. Очевидно, такое предположение приводит к быстрому росту звезды до неограниченных размеров.

Пример 2: за моменты максимума и минимума радиусов принимаются моменты максимума и минимума лучевой скорости. Предположение очевидно ошибочное и вследствие разного времени возрастания и убывания лучевой скорости оно также дает тренд радиуса.

Этап 2 – 4 балла (первый способ). Определение разницы между максимальным и минимальным радиусом, точность $\pm 15\%$.

Возможная ошибка: участник предполагает, что средняя скорость расширения просто равна амплитуде лучевой скорости (20 км/с). Оценка за этап составляет 1 балл при условии правильного учета времени расширения и сжатия (половина периода переменной звезды).

Возможная неточность: участник предполагает, что средняя скорость расширения равна половине амплитуды лучевой скорости (10 км/с), то есть пренебрегая тем, что не вся поверхность звезды расширяется в сторону наблюдателя. Оценка составляет 2 балла при условии правильного учета времени расширения и сжатия (половина периода переменной звезды).

При приближенном учете неравномерности лучевой скорости по диску звезды этап оценивается полностью, если средняя лучевая скорость оказывается в интервале от 0.6 до 0.75 от скорости расширения (точный ответ – 2/3 от скорости расширения), и тем самым средняя скорость расширения попадает в интервал от 13 до 17 км/с. Оценка составляет 3 балла для скорости расширения от 11 до 19 км/с.

Этап 2 – 4 балла (второй способ). Определение светимости звезды в максимуме на основе зависимости «период – светимость», точность 10%. Если участник находит эту светимость как среднюю или как минимальную за период – этап не оценивается, остальные оцениваются в полной мере.

Этап 3 – 4 балла (оба способа). Определение показателей цвета (1 балл за каждый) и температуры звезды (1 балл за каждую) в момент максимума и минимума радиуса. Точность определения показателей цвета – 0.1^m , точность определения температуры – 300 К.

Этап 4 – 2 балла (оба способа). Определение отношения радиусов звезды. Если данная оценка записывается как отношение максимального радиуса к минимальному, оно должно попадать в интервал от 1.08 до 1.20, если ответ выражен по иному – необходимо определить отношение, эквивалентное ответу участника.

Возможная ошибка: участник не учитывает болометрическую поправку, которая заметна на фазе максимального радиуса. Данный этап не засчитывается, остальные оцениваются в полной мере.

Этап 5 – 2 балла (оба способа). Определение максимального и минимального радиусов звезды. При решении вторым способом минимальный радиус определяется из светимости, найденной на этапе 2. Ответ может сильно измениться, если на предыдущем этапе получено значение отношения радиусов, заметно отличное от 1.13. Это не может быть основанием для снижения оценки на данном этапе. Точность составляет 20% без учета допущенных ранее погрешностей, если только это не приводит к отсутствию ответа как такового (максимальный радиус оказывается меньше минимального).

Возможная ошибка при решении: светимость и температура для максимального радиуса определяются не для фазы 0.5, а для минимума блеска звезды в фазе 0.75. Если данная ошибка делается после первого этапа решения (то есть, при анализе лучевой скорости используется фаза 0.5), то этапы 3 и 4 оцениваются наполовину. При данной ошибке на первом этапе решения оно фактически лишается смысла, так как звезда в этом случае необратимо меняет свои размеры. Оценивание в данном случае описано на первом этапе.

Максимальная оценка за все решение – 15 баллов.



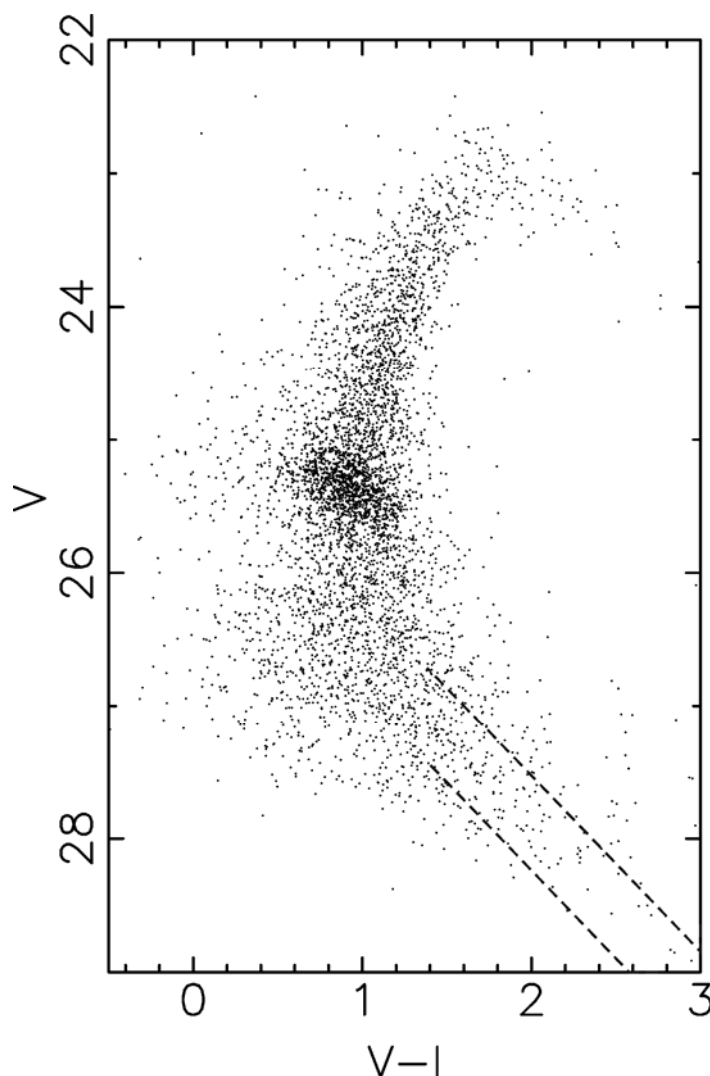
10.8. ЗВЕЗДНОЕ СКОПЛЕНИЕ

(В.Б. Игнатъев / О.С. Угольников)

8. Условие. На графике показана диаграмма «цвет – звездная величина» для звездного скопления Мауалл II. Приведен показатель цвета $V - I$, причем инструментальная полоса I такова, что подобный показатель цвета у Солнца равен +3.0. Известно, что видимая звездная величина скопления в полосе V равна +13.5, его угловой диаметр $36''$, а дисперсия скоростей (среднеквадратичная полная скорость звезды относительно центра скопления) 25 км/с. Исходя из этого, определите:

- 1) Светимость скопления в расчете на одну солнечную массу;
- 2) Время, прошедшее с последней эпохи звездообразования в скоплении;
- 3) Примерные экваториальные координаты скопления в небе Земли.

Межзвездным поглощением света и болометрической поправкой скопления пренебречь.



8. Решение. Начнем с определения расстояния до скопления. Это можно сделать двумя способами. Во-первых, нам дан показатель цвета Солнца (+3.0), из которого мы можем найти его видимую величину, находясь оно в этом скоплении: $m_S = +29.2$. Мы это можем сделать благодаря нанесенному пунктирными линиями положению главной последовательности. В итоге, мы получаем величину модуля расстояния по Солнцу $(m - M) = 24.4$.

Нужно понимать, что в реальности это не лучший метод определения расстояния, так как звезды солнечного типа слабые и по сути не попали в анализ, приведенный на графике (хотя здесь такой вариант считается допустимым благодаря добавленным на рисунок пунктирным линиям). Другой способ состоит в анализе горизонтальной ветви диаграммы «цвет – звездная величина», которая на графике заметно выделяется и соответствует средней звездной величине $m_H = +25.3$. Считая отношение светимостей звезд горизонтальной ветви и Солнца $\lg(J_H/J_S) = 1.6$, мы получаем абсолютную звездную величину звезд горизонтальной ветви $M_H = +0.8$ и практически тот же модуль расстояния $(m - M) = 24.5$. В реальности, для подобного расчета необходим также учет химического состава звезд. Для решения настоящей задачи достаточно любого одного из двух методов. Зная видимую звездную величину скопления m_C , найдем его абсолютную звездную величину в полосе V:

$$M_C = m_C - (m - M) = -10.9.$$

Светимость скопления по сравнению с Солнцем есть

$$\frac{J_C}{J_S} = 10^{-0.4(M_C - M_S)} = 1.9 \cdot 10^6.$$

Очевидно, мы имеем дело с очень большим, очевидно, шаровым звездным скоплением. Взяв модуль расстояния по Солнцу, получаем величину расстояния до скопления:

$$\lg D = 1 + \frac{m - M}{5} = 5.88; \quad D = 750 \text{ кпк.}$$

Определим пространственный радиус скопления, зная его видимый диаметр (36"):

$$R = \frac{D \cdot (36/2)}{206265} = 65 \text{ пк.}$$

Коль скоро скопление шаровое и гравитационно-связанное, мы можем оценить массу скопления, зная среднеквадратичную скорость звезд v :

$$M_C = \frac{v^2 R}{G} = 1.9 \cdot 10^{37} \text{ кг} = 9.5 \cdot 10^6 M_S.$$

Теперь мы можем найти светимость скопления на одну массу Солнца:

$$\left(\frac{J_C}{M_C} \right) = \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{J_S}{M_S} \right).$$

Определим теперь время с момента последней эпохи звездообразования. Это можно сделать по точке поворота на диаграмме «цвет – звездная величина», она соответствует звездной величине $m_R = 26.2$. Стадию главной последовательности завершают звезды, на 3^m или в 16 раз более яркие, чем Солнце. Учтем, что светимость звезд главной последовательности пропорциональна массе в степени 4, а время жизни на главной последовательности – массе в степени (-3) или светимости в степени $(-3/4)$. Тогда у нас получается, что возраст сходящих с главной последовательности звезд есть 10 миллиардов лет (время жизни Солнца на главной последовательности), умноженное на $16^{-3/4} = 1/8$, то есть 1.2 миллиарда лет. С главной последовательности сходят звезды с массами около 2 масс Солнца.

Нам остается ответить на последний вопрос задания. Казалось бы, в условии не сказано ничего, что напрямую указывало бы на координаты скопления на небе. Но посмотрим на его физические характеристики. Это очень большое скопление, в нашей Галактике такие не найдены. Тем не менее, в нем до недавнего времени происходило звездообразование. Это говорит о том, что мы имеем дело не с классическим шаровым скоплением, а ядром галактики, которая потеряла свою периферию, попав в поле гораздо более крупной звездной системы. Что это за галактика, нам указывает расстояние до скопления – 750 кпк. Речь идет о галактике Андромеды – М31, приблизительные координаты которой $\alpha=1\text{ч}$, $\delta=+40^\circ$.

8. Источники данных.

1. Meylan, J., Sarajedini, A., Jablonka, P., Djorgovski, S.G., Bridges, T., Rich, R.M., 2001. Mayall II \equiv G1 in M31: Giant Globular Cluster or Core of Dwarf Elliptical Galaxy? // *Astronomical Journal*, V.122, P.830.

8. Система оценивания.

1 этап – 3 балла. Определение расстояния до скопления. Точность определения модуля расстояния ($m-M$) – 0.2^m при использовании Солнца и 0.5^m при использовании горизонтальной ветви. Соответствующая точность самого расстояния есть 20% и 50% соответственно. Если участник использует сразу оба способа – оценка определяется наилучшей из оценок, при условии, что именно ее или усреднение участник использует в дальнейшем решении.

2 этап – 2 балла. Определение светимости скопления. Точность (без учета ошибок предыдущего этапа) – 10%.

3 этап – 1 балл. Определение радиуса скопления. Точность (без учета ошибок предыдущего этапа) – 10%. В случае двукратной ошибки из-за путаницы радиуса и диаметра данный этап не засчитывается, оценка за последующий, если она не равна нулю, уменьшается на 1 балл.

4 этап – 2 балла. Определение массы скопления. Точность (без учета ошибок предыдущего этапа) – 10%. Если среднеквадратичная скорость берется не как круговая, а как параболическая – оценка уменьшается на 1 балл.

5 этап – 1 балл. Итоговое определение светимости на единицу массы скопления.

6 этап – 2 балла. Определение звездной величины точки поворота диаграммы, точность 0.5^m .

7 этап – 2 балла. Определение времени с эпохи звездообразования. Точность без учета ошибок на предыдущем этапе – 20%.

8 этап – 2 балла. Определение приблизительных координат скопления, точность 1ч по прямому восхождению и 10° по склонению. Этап можно засчитать, если в качестве координат указаны координаты галактики М33 в созвездии Треугольника ($\alpha=1.5\text{ч}$, $\delta=+30^\circ$). Если координаты верно не указаны, но отмечена принадлежность скопления к одной из этих двух галактик – за этап выставляется 1 балл.

Максимальная оценка за все решение – 15 баллов.