

Работа рассчитана на 240 минут

1. В записи $*+*+*+*+*+*+*+*+* = **$ замените звёздочки различными цифрами так, чтобы равенство было верным.

2. Про различные числа a и b известно, что $\frac{a}{b} + a = \frac{b}{a} + b$.

Найдите $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

3. В параллелограмме $ABCD$ из вершины тупого угла B проведены высоты BM и BN , а из вершины D — высоты DP и DQ . Докажите, что точки M , N , P и Q являются вершинами прямоугольника.

4. На доске были записаны числа **3**, **9** и **15**. Разрешалось сложить два записанных числа, вычесть из этой суммы третье, а результат записать на доску вместо того числа, которое вычиталось. После многократного выполнения такой операции на доске оказались три числа, наименьшее из которых было **2013**. Каковы были два остальных числа?

5. На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ отмечены точки M и K соответственно так, что $\angle BAM = \angle CKM = 30^\circ$. Найдите $\angle AKD$.

6. Саша начертил квадрат размером 6×6 клеток и поочередно закрашивает в нём по одной клетке. Закрасив очередную клетку, он записывает в ней число — количество закрашенных клеток, соседних с ней. Закрасив весь квадрат, Саша складывает числа, записанные во всех клетках. Докажите, что в каком бы порядке Саша ни красил клетки, у него в итоге получится одна и та же сумма. (*Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону.*)

Работа рассчитана на 240 минут

1. В записи $*+*+*+*+*+*+*+*+* = **$ замените звёздочки различными цифрами так, чтобы равенство было верным.

2. Про различные числа a и b известно, что $\frac{a}{b} + a = \frac{b}{a} + b$.

Найдите $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

3. В параллелограмме $ABCD$ из вершины тупого угла B проведены высоты BM и BN , а из вершины D — высоты DP и DQ . Докажите, что точки M , N , P и Q являются вершинами прямоугольника.

4. На доске были записаны числа **3**, **9** и **15**. Разрешалось сложить два записанных числа, вычесть из этой суммы третье, а результат записать на доску вместо того числа, которое вычиталось. После многократного выполнения такой операции на доске оказались три числа, наименьшее из которых было **2013**. Каковы были два остальных числа?

5. На сторонах BC и CD квадрата $ABCD$ отмечены точки M и K соответственно так, что $\angle BAM = \angle CKM = 30^\circ$. Найдите $\angle AKD$.

6. Саша начертил квадрат размером 6×6 клеток и поочередно закрашивает в нём по одной клетке. Закрасив очередную клетку, он записывает в ней число — количество закрашенных клеток, соседних с ней. Закрасив весь квадрат, Саша складывает числа, записанные во всех клетках. Докажите, что в каком бы порядке Саша ни красил клетки, у него в итоге получится одна и та же сумма. (*Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону.*)