5 класс

5.1. Укажите какое-нибудь решение ребуса: **2014 + ГОД = СОЧИ.** (*Разные буквы обозначают разные цифры.*)

Ответ: $2014 + 891 = 2905$ или $2014 + 893 = 2907$ или $2014 + 896 = 2910$.

Заметим, что из сложения разрядов сотен следует, что сложение десятков выполнено с переходом через разряд, а следовательно О $= 8$ (*и был переход в разряде единиц*) *или* О $= 9$.

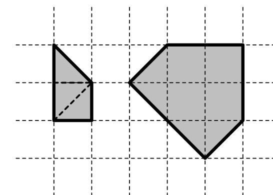
Критерии проверки:

$+$ *приведены один или более верных ответов*

$\pm$ *приведены несколько ответов, среди которых есть как верные, так и неверные*

$-$ *приведен только неверный ответ*

5.2. Федя из трех равных треугольников составил несколько различных фигур (одна из них изображена на рисунке слева). Затем из всех имеющихся фигур он сложил «стрелку» так, как показано на рисунке справа. Нарисуйте отдельно каждую из Фединых фигур и покажите, как из них можно сложить «стрелку».



Ответ: все четыре различных фигуры изображены на рис. 5.2а (с точностью до «переворачивания»), а один из возможных вариантов составления «стрелки» — на рис. 5.2б.

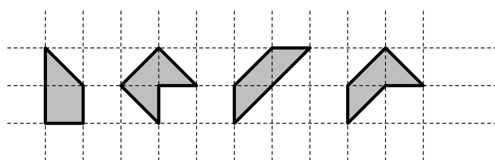


Рис. 5.2а

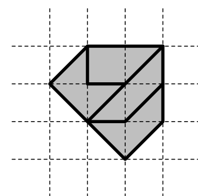


Рис. 5.2б

Критерии проверки:

Задание «Нарисуйте отдельно каждую из Фединых фигур» считается выполненным верно, если изображены все четыре фигуры или три фигуры, отличные от фигуры, изображенной на рисунке из условия, и при этом лишних фигур нет.

Задание «Покажите, как из них можно сложить стрелку» считается выполненным верно, если при составлении стрелки использованы все четыре различные фигуры.

$+$ *верно выполнены оба задания*

$\pm$ *верно выполнено только одно из заданий*

$\mp$ *оба задания выполнены неверно, но показано разбиение стрелки на Федины фигуры, среди которых есть одинаковые*

$-$ *оба задания выполнены неверно и разбиение отсутствует*

5.3. Надя испекла пирожки с малиной, черникой и клубникой. Пирожков с малиной получилась половина от общего количества пирожков; пирожков с черникой — на 14 меньше, чем пирожков с малиной. А пирожков с клубникой получилось в два раза меньше, чем пирожков с малиной и черникой вместе. Сколько пирожков каждого вида испекла Надя?

Ответ: 21 пирожок с малиной, 7 пирожков с черникой и 14 пирожков с клубникой.

Решение. *Первый способ.* Так как пирожков с малиной половина от общего количества, то пирожков с черникой и клубникой вместе столько же, сколько пирожков с малиной (см. рис. 5.3). При этом, пирожков с черникой на 14 меньше, чем пирожков с малиной, следовательно, эти 14 пирожков — с клубникой. Тогда пирожков с малиной и черникой: $14 \cdot 2 = 28$, значит, всего испечено $28 + 14 = 42$ пирожка. Таким образом, пирожков с малиной $42 : 2 = 21$, с черникой — 7, а с клубникой — 14.

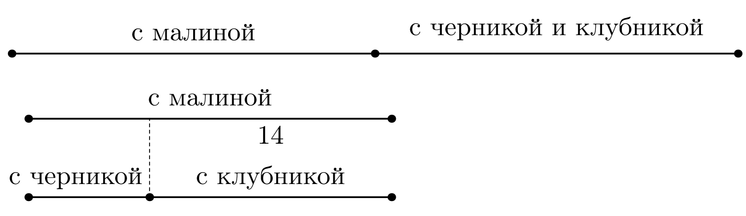


Рис. 5.3

Второй способ. Пусть испечено x пирожков с малиной. Тогда всего испечено $2x$ пирожков, из них с черникой — $(x - 14)$ пирожков, следовательно, с клубникой: $2x - x - (x - 14) = 14$ пирожков. Зная, что пирожков с клубникой в 2 раза меньше, чем пирожков с малиной и черникой вместе, составим уравнение: $x + x - 14 = 2 \cdot 14$, откуда $x = 21$.

Значит, с малиной — 21 пирожок, тогда с черникой: $21 - 14 = 7$ пирожков.

Критерии проверки:

$+$ *приведены верный ответ и верное решение*

$\pm$ *приведено верное обоснованное рассуждение, но допущена одна арифметическая ошибка*

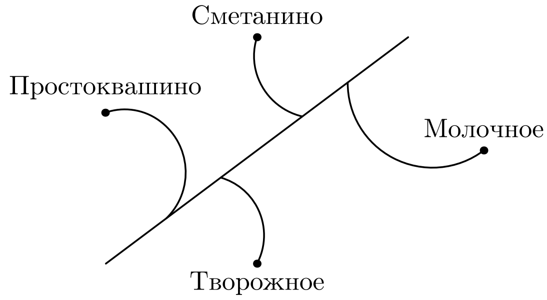
$\pm$ *обоснованно найдено количество пирожков только одного вида или общее количество пирожков, но полностью ответ не получен*

$\mp$ *верно составлено уравнение, но оно не решено*

$\mp$ *приведен верный ответ, проверено, что он удовлетворяет условию, но не доказано, что другие ответы невозможны*

$-$ *приведен только ответ*

5.4. Почтальон Печкин на велосипеде развозит почту по четырем деревням: Простоквашино, Сметанино, Творожное и Молочное (см. рисунок). Он знает, что длина пути от Простоквашино до Творожного 9 км, от Простоквашино до Сметанино — 13 км, от Творожного до Сметанино — 8 км и от Творожного до Молочного — 14 км. Найдите длину пути от Простоквашино до Молочного.



Ответ: 19 км.

Решение. Длина пути от Простоквашино до Сметанино с заездом в Творожное составляет $9 + 8 = 17$ (км), а без заезда — 13 км. Следовательно, заезд в Творожное (от шоссе и обратно) — это 4 км. От Простоквашино до Молочного с заездом в Творожное: $9 + 14 = 23$ (км), а без заезда: $23 - 4 = 19$ (км).

Можно также ввести переменные и составлять уравнения.

Критерии проверки:

$+$ *приведены верный ответ и верное решение*

$\pm$ *приведено верное обоснованное рассуждение, но допущена одна арифметическая ошибка*

$\mp$ *верно составлены все необходимые уравнения, но они не решены*

$\mp$ *приведен только верный ответ*

$-$ *приведено неверное решение*

5.5. Из пяти монет — две фальшивые. Одна из фальшивых монет легче настоящей, а другая — на столько же тяжелее настоящей. Объясните, как за три взвешивания на чашечных весах без гирь найти обе фальшивые монеты.

Решение. *Первый способ.* Отложим одну монету, а на каждую чашу весов положим по две монеты. Возможны два случая: 1) весы в равновесии; 2) одна из чаш перевесила.

1) Так как четырех настоящих монет нет, то равновесие возможно только в одном случае: на одной чаше лежат обе фальшивые монеты. Значит, следующим взвешиванием достаточно сравнить веса монет с одной чаши. Если весы в равновесии, то эти монеты настоящие, и фальшивые монеты в другой чаше, если весы не в равновесии, то фальшивые монеты — на весах.

2) В этом случае на весах находится или только легкая фальшивая монета в более легкой чаше или только тяжелая фальшивая монета в более тяжелой чаше, или обе монеты находятся в разных чашах. Вторым взвешиванием сравним веса монет в легкой чаше: если весы не в равновесии, то более легкая монета — фальшивая. Если весы в равновесии, то отложенная монета — фальшивая (и она легкая). Аналогично, третьим взвешиванием сравним веса монет из тяжелой чаши: тогда, либо более тяжелая монета — фальшивая, либо, если весы в равновесии, то отложенная монета фальшивая (и она тяжелая).

Второй способ. Первый раз положим на чаши весов первую и вторую монеты, а второй раз — третью и четвертую монету. Возможны только два случая: 1) один раз весы были в равновесии (при этом на чашах настоящие монеты), а другой раз — нет ; 2) оба раза весы были не в равновесии.

В первом случае, не ограничивая общности, можно считать, что весы были в равновесии при первом взвешивании. Тогда возьмем настоящую монету из первого взвешивания и взвесим её с той, что оставалась на столе. Если их веса равны, то она также настоящая, а фальшивые — те, что участвовали во втором взвешивании. Иначе, монета со стола — фальшивая и мы теперь знаем, легче она настоящей или тяжелее, а также знаем, легкая или тяжелая фальшивая монета участвовала во втором взвешивании.

Во втором случае на весах каждый раз была одна фальшивая монета, а на столе осталась настоящая монета. Взвесим её с легкой монетой из первого взвешивания. Тогда, если веса оказались равны, то в первом взвешивании фальшивой была более тяжелая, а во втором — более легкая. Если же более легкая монета из первого взвешивания оказалась легче, то она фальшивая, а из второго взвешивания фальшивая — более тяжелая.

Отметим, что второй способ решения не использует условие, что обе фальшивых монеты весят столько же, сколько две настоящих.

Отметим также, что от школьников не требуется определить какая именно из фальшивых монет — легкая, а какая — тяжелая.

Решение задачи может быть также изложено в виде таблицы или схемы.

Критерии проверки:

$+$ *приведено верное полное решение*

$\pm$ *приведен верный алгоритм, но один из результатов последнего взвешивания не рассмотрен*

$\mp$ *приведен верный алгоритм, но не объяснено, почему он работает*

$-$ *приведен неверный алгоритм*