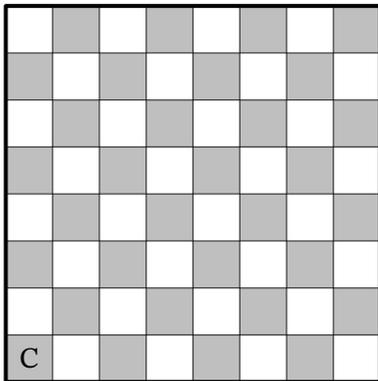


10 класс (32 балла)

Задача 10.1. Новая шахматная фигура *слонопотам* за один ход может перемещаться либо на любое число клеток по диагонали, либо на одну клетку по горизонтали или по вертикали.

Слонопотам стоит в левой нижней клетке доски 8×8 . Назовём клетку доски *достижимой*, если слонопотам может в неё попасть ровно за 2 хода. Сколько существует достижимых клеток?



Задача 10.2. Действительные ненулевые числа a и b таковы, что квадратный трёхчлен $P(x) = ax^2 - 20ax + b$ имеет два действительных корня, отличающихся на 2.

(а) (2 балла) Найдите меньший из этих корней.

(б) (2 балла) Найдите $\frac{b}{a}$.

Задача 10.3. Вписанный четырёхугольник $ABCD$ таков, что $\angle ADB = 40^\circ$ и $\angle CDB = 52^\circ$. Точка M внутри четырёхугольника такова, что $\angle BAM = 26^\circ$ и $\angle BCM = 20^\circ$. Сколько градусов составляет угол CBM ?

Задача 10.4. Натуральное число назовём *счастливым*, если в его десятичной записи каждая цифра — либо ноль, либо семёрка. Число 20232023 представили в виде суммы n слагаемых, каждое из которых является счастливым числом. Найдите наименьшее возможное значение n .

Задача 10.5. Различные натуральные числа n и k таковы, что

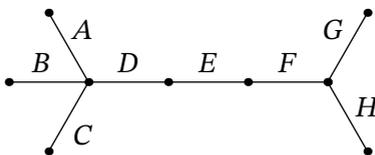
$$k < n < 2k < 3n < 4k < 5n < \dots < 48k < 49n < 50k.$$

Какое наименьшее значение может принимать n ?

Задача 10.6. (а) (2 балла) Рассмотрим все натуральные числа от 1 до 100 включительно. Какое наибольшее количество чисел среди них можно выбрать так, чтобы произведение никаких двух различных выбранных чисел не делилось на 12?

(б) (2 балла) Рассмотрим все натуральные числа от 1 до 100 включительно. Какое наибольшее количество чисел среди них можно выбрать так, чтобы произведение любых двух различных выбранных чисел делилось на 12?

Задача 10.7. Девять посёлков соединены восемью дорогами A, B, C, D, E, F, G, H , как показано на рисунке. Длины дорог равны 1, 2, 3, ..., 8 км в некотором порядке. Для каждого посёлка нашли длину кратчайшего пути до каждого другого по дорогам, и все такие длины сложили.



(а) (2 балла) Известно, что полученная сумма — наибольшая из возможных. Какая из дорог может иметь длину 8 км? Укажите все возможные варианты.

(б) (2 балла) Сколько существует способов присвоить дорогам их длины от 1 до 8 км так, чтобы полученная сумма оказалась наибольшей из возможных?

Задача 10.8. В прямоугольном треугольнике ABC с прямым углом A проведена высота AH . На продолжении отрезка HA за точку A нашлась точка D такая, что $\angle DBA = \angle CBA$. Найдите длину отрезка BD , если известно, что $BC = 7$ и $AD = 12$.