# Школьный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике
# Условия задач

г. Москва, 2021-2022 учебный год

В 4 и 5 классах олимпиада длилась 60 минут, в 6–8 классах — 90 минут, в 9–11 классах — 120 минут.

Для каждого номера задания составители подготовили несколько версий задач. Под каждым номером участнику случайным образом выдавалась одна из версий. Таким образом, у каждого школьника был свой вариант олимпиады. Далее для каждого номера приведена только одна версия задачи.

## Содержание


**4 класс** 2

**5 класс** 4

**6 класс** 6

**7 класс** 8

**8 класс** 10

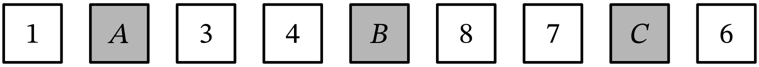
**9 класс** 12

**10 класс** 14

**11 класс** 16

# 4 класс

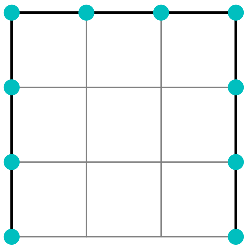
**Задача 4.1.** На девяти карточках написаны числа от 1 до 9 (каждое — по одному разу). Эти карточки выложили в ряд так, что нет трёх подряд лежащих карточек, на которых числа идут по возрастанию, а также нет трёх подряд лежащих карточек, на которых числа идут по убыванию. Затем три карточки перевернули числом вниз, как показано на рисунке. Какие числа на них написаны?




- Число на карточке $A$ равно ...
- Число на карточке $B$ равно ...
- Число на карточке $C$ равно ...

**Задача 4.2.** Найдите наименьшее число, у которого все цифры различны, а сумма всех цифр равна 32.

**Задача 4.3.** Женя нарисовал квадрат со стороной 3 см, а затем одну из этих сторон стёр. Получилась фигура в виде буквы «П». Учительница попросила Женю расставить точки вдоль этой буквы «П», начиная с края, так, чтобы следующая точка была на расстоянии 1 см от предыдущей, как показано на рисунке, а затем посчитать, сколько получилось точек. Точек у него получилось 10.



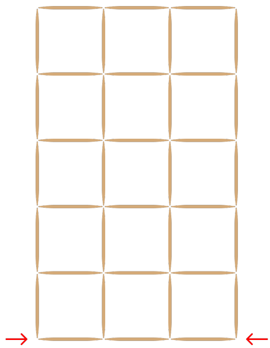
Затем учительница решила усложнить задание и попросила посчитать число точек, но для буквы «П», полученной таким же образом из квадрата со стороной 10 см. Сколько точек будет у Жени в этот раз?

**Задача 4.4.** Лев Алекс решил посчитать полоски на зебре Марти (чёрные и белые полоски чередуются). Оказалось, что чёрных полосок на одну больше, чем белых. Также Алекс заметил, что все белые полоски одинаковой ширины, а чёрные бывают широкие и узкие, причём всего белых полосок на 7 больше, чем широких чёрных. Сколько всего у Марти узких чёрных полосок?

**Задача 4.5.** Хулиган Дима выложил из 38 деревянных зубочисток конструкцию в виде прямоугольника $3 \times 5$. Затем он одновременно поджёг два соседних угла этого прямоугольника, отмеченных на рисунке.

Известно, что одна зубочистка сгорает за 10 секунд. За сколько секунд сгорит вся эта конструкция?

(Огонь распространяется по зубочисткам с постоянной скоростью. Огонь продолжает распространяться с каждой сгоревшей зубочистки на все примыкающие к ней несгоревшие зубочистки.)



**Задача 4.6.** Разведчик хочет передать сообщение, состоящее из нескольких написанных в ряд букв А, Б и В. Для секретности каждая буква кодируется: буква А заменяется на 011, буква Б — на 01, буква В — на 10. Используя данную кодировку, разведчик получил код

$$011011010011.$$

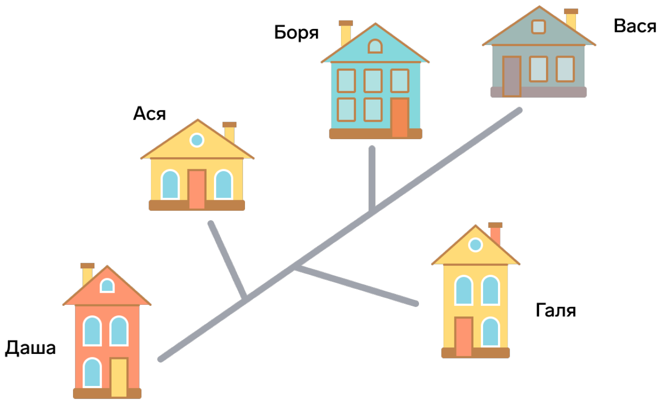
Появилась информация, что данную кодировку расшифровали, в связи с чем разведчику придётся использовать запасную кодировку. В ней буква А заменяется на 21, буква Б — на 122, буква В — на 1. Какой код получится у данного сообщения в новой кодировке?

**Задача 4.7.** Школьники Александр, Борис, Сергей, Дарья и Елена с понедельника по пятницу посещали занятия хора. Известно, что:

- в каждый из пяти дней ровно трое из школьников присутствовали, а ровно двое отсутствовали;
- никто из школьников не отсутствовал два дня подряд и никто не присутствовал три дня подряд;
- Елена пропустила на два дня больше, чем Борис;
- был только один день, когда Александр и Сергей одновременно были на занятии;
- в понедельник Сергей был на занятии.

Кто из школьников был на занятии в пятницу?

**Задача 4.8.** На рисунке изображена схема дорог между домами пяти ребят. От Аси до Гали кратчайшее расстояние по дорогам 12 км, от Гали до Бори — 10 км, от Аси до Бори — 8 км, от Даши до Гали — 15 км, от Васи до Гали — 17 км. Сколько километров составляет кратчайшее расстояние по дорогам от Даши до Васи?




## 5 класс

**Задача 5.1.** В некотором месяце некоторого года ровно 5 пятниц. При этом первый и последний день этого месяца — не пятницы. Каким днём недели является 12-е число месяца?

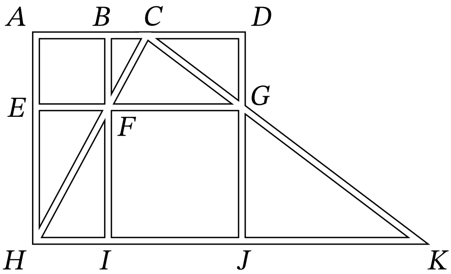
**Задача 5.2.** За круглый стол рассадили несколько человек так, что между соседними людьми расстояния одинаковые. Одному из них дали табличку с номером 1 и дальше по часовой стрелке раздали всем таблички с номерами 2, 3 и т. д.

Человек с табличкой с номером 31 заметил, что от него до человека с табличкой с номером 7 такое же расстояние, как и до человека с табличкой с номером 14. Сколько всего людей сели за стол?

**Задача 5.3.** На рисунке изображён план системы дорог некоторого города. В этом городе 8 прямых улиц, а 11 перекрёстков названы латинскими буквами $A, B, C, \ldots, J, K$.

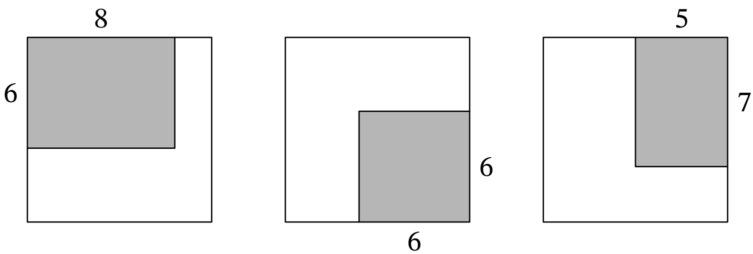
На некоторые три перекрёстка надо поставить по полицейскому так, чтобы на каждой из 8 улиц стоял хотя бы один полицейский. На какие именно три перекрёстка надо поставить полицейских? Достаточно указать хотя бы один подходящий вариант расположения.

Все улицы направлены вдоль прямых линий.
Горизонтальные улицы: $A{-}B{-}C{-}D$, $E{-}F{-}G$, $H{-}I{-}J{-}K$.
Вертикальные улицы: $A{-}E{-}H$, $B{-}F{-}I$, $D{-}G{-}J$.
Наклонные улицы: $H{-}F{-}C$, $C{-}G{-}K$.




**Задача 5.4.** Директор школы, завхоз и родительский комитет, не договорившись друг с другом, купили по ковру для школьного актового зала размером $10 \times 10$. Подумав, что же делать, они решили положить все три ковра так, как показано на картинке: первый ковёр $6 \times 8$ — в один угол, второй ковёр $6 \times 6$ — в противоположный угол и третий ковёр $5 \times 7$ — в один из оставшихся углов (все размеры указаны в метрах).

Найдите площадь части зала, накрытой коврами в три слоя (ответ дайте в квадратных метрах).




**Задача 5.5.** На кружки по математике записалось несколько школьников. Их хотят распределить по группам равномерно — таким образом, чтобы количество учеников в любых двух группах отличалось не более чем на 1.

В результате такого равномерного деления получилось 6 групп, среди которых ровно 4 группы по 13 учеников. Сколько всего могло быть школьников? Укажите все возможные варианты.

**Задача 5.6.** Несколько камней разложены в 5 кучек. Известно, что

- в пятой кучке камней в шесть раз больше, чем в третьей;
- во второй кучке камней вдвое больше, чем в третьей и пятой вместе взятых;

- в первой кучке камней втрое меньше, чем в пятой, и на 10 меньше, чем в четвёртой;
- в четвёртой кучке камней в два раза меньше, чем во второй.

Сколько всего суммарно камней в этих пяти кучках?

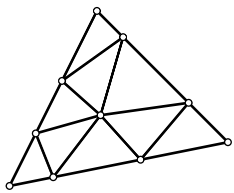
**Задача 5.7.** После чемпионата мира по хоккею три журналиста написали статью о сборной Германии — каждый для своей газеты.

- Первый написал: «Сборная Германии за весь чемпионат забила больше 10, но меньше 17 шайб».
- Второй: «Сборная Германии забила больше 11, но меньше 18 шайб за весь чемпионат».
- Третий: «Сборная Германии забила нечётное количество шайб за весь чемпионат».

В итоге оказалось, что правы были только два журналиста. Сколько шайб могла забить сборная Германии на чемпионате? Укажите все возможные варианты.

**Задача 5.8.** Внутри большого треугольника периметра 120 провели несколько отрезков, которые разделили его на девять меньших треугольников, как показано на рисунке. Оказалось, что периметры всех девяти маленьких треугольников равны между собой. Чему они могут быть равны? Укажите все возможные варианты.

Периметр фигуры — сумма длин всех её сторон.



# 6 класс

**Задача 6.1.** Пять последовательных натуральных чисел написаны в ряд. Сумма трёх самых маленьких из них равна 60. Чему равна сумма трёх самых больших?

**Задача 6.2.** Аркадий, Борис, Вера, Галя, Даня и Егор встали в хоровод.

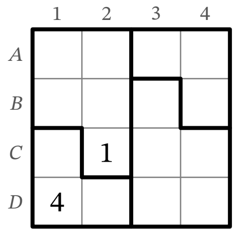
- Даня встал рядом с Верой, справа от неё,
- Галя встала напротив Егора,
- Егор встал рядом с Даней,
- Аркадий и Галя не захотели стоять рядом.

Кто стоит рядом с Борисом?

**Задача 6.3.** В клетках таблицы $4 \times 4$ расставлены числа $1, 2, 3, 4$ так, что

- каждое из чисел встречается в каждой строке и в каждом столбце;
- во всех четырёх частях, изображённых на рисунке, суммы чисел равны.

По двум числам на рисунке определите, в каких клетках стоят двойки.



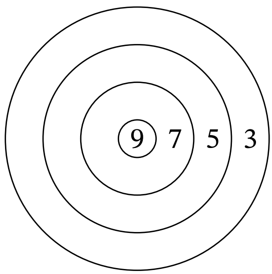

Постройте соответствие.

- В строчке $A$ двойка стоит
- В строчке $B$ двойка стоит
- В строчке $C$ двойка стоит
- В строчке $D$ двойка стоит

- в столбце с номером 1.
- в столбце с номером 2.
- в столбце с номером 3.
- в столбце с номером 4.

**Задача 6.4.** Миша летом на даче изготовил себе самодельный дартс. Круглая доска разделена окружностями на несколько секторов — в неё можно кидать дротики. За попадание даётся столько очков, сколько написано в секторе, как указано на рисунке.

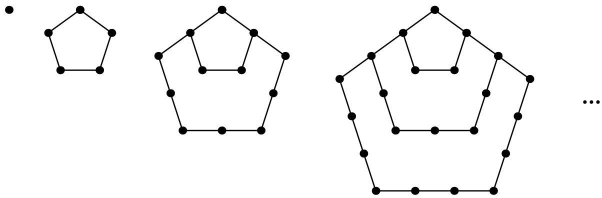
Миша кидал 3 раза по 8 дротиков. Во второй раз он выбил в 2 раза больше очков, чем в первый, а в третий раз в 1,5 раза больше, чем во второй. Сколько он выбил очков во второй раз?



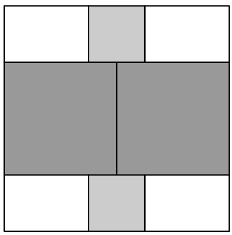

**Задача 6.5.** Несколько одноклассников вместе съели торт. Лёша съел больше всех — $\frac{1}{11}$ от всего торта, а Алёна — меньше всех — $\frac{1}{14}$ от всего торта. Сколько одноклассников ели торт? Укажите все возможные варианты.

**Задача 6.6.** На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды 65 жителей острова собрались на заседание. Все они по очереди сделали заявление: «Среди сделанных ранее заявлений истинных ровно на 20 меньше, чем ложных». Сколько рыцарей было на этом заседании?

**Задача 6.7.** Аня расставляет камешки на песке. Сначала она поставила один камень, потом добавила камешки, чтобы получился пятиугольник, затем сделала из камешков внешний большой пятиугольник, после этого ещё один внешний пятиугольник и т. д., как на рисунке. Количество камней, которые у неё были расставлены на первых четырёх картинках: 1, 5, 12 и 22. Если продолжать составлять такие картинки дальше, то сколько камней будет на 10-й картинке?



**Задача 6.8.** Крест, состоящий из двух одинаковых больших и двух одинаковых маленьких квадратов, поместили внутрь ещё большего квадрата. Вычислите в сантиметрах сторону самого большого квадрата, если площадь креста — 810 см$^2$.



## 7 класс

**Задача 7.1.** Саша и Ваня играют в игру. Саша задаёт Ване вопросы. Если Ваня отвечает на вопрос правильно, то Саша даёт ему 7 конфет. Если же Ваня отвечает неправильно, то он даёт Саше 3 конфеты. После того, как Саша задал 50 вопросов, оказалось, что у каждого из них столько же конфет, сколько было в начале. На сколько вопросов Ваня ответил правильно?

**Задача 7.2.** На День учителя благодарные ученики подарили Егору Сергеевичу несколько железнодорожных билетов, чтобы он совершил путешествие по России.

Билеты были для проезда между следующими парами городов:

- Санкт-Петербург и Тверь,

- Ярославль и Нижний Новгород,
- Москва и Казань,
- Нижний Новгород и Казань,
- Москва и Тверь,
- Москва и Нижний Новгород.

Билеты были с открытой датой: по каждому билету можно проехать один раз в любую сторону между городами.

Егор Сергеевич в итоге смог побывать ровно по одному разу в шести городах. В каком городе могло начаться путешествие? Укажите все возможные варианты.

**Задача 7.3.** В клетках квадрата расставили числа так, что суммы чисел в каждой вертикали, горизонтали и каждой диагонали из трёх клеток равны. Затем некоторые числа скрыли. Чему равна сумма чисел в двух закрашенных клетках?

| | | |
|---|---|---|
| 16 | | |
| | | 10 |
| 8 | | 12 |

**Задача 7.4.** Маша и Оля купили в магазине много одинаковых ручек для нового учебного года. Известно, что одна ручка стоит целое число рублей, большее 10. Маша купила ручек ровно на 357 рублей, а Оля — ровно на 441 рубль. Сколько суммарно ручек они купили?

**Задача 7.5.** В каждую комнату отеля можно поселить не более 3 человек. Менеджер отеля знает, что скоро приедет группа из 100 футбольных фанатов, которые болеют за три разные команды. В одну комнату можно селить только мужчин или только женщин; также нельзя вместе селить фанатов разных команд. Сколько комнат нужно забронировать, чтобы точно расселить всех фанатов?

**Задача 7.6.** В классе учатся 25 школьников, каждый из которых либо отличник, либо хулиган. Отличники всегда говорят правду, а хулиганы всегда врут.

Однажды 5 учеников этого класса сказали: «Если я перейду в другой класс, то среди оставшихся учеников будет больше половины хулиганов».

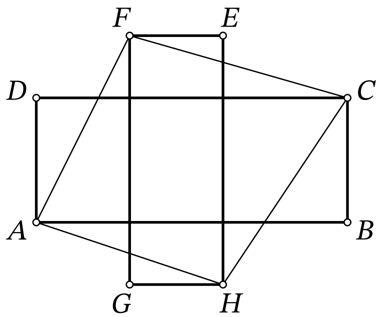
Каждый из оставшихся 20 сказал: «Если я перейду в другой класс, то среди оставшихся учеников хулиганов будет в три раза больше, чем отличников».

Сколько отличников учится в классе? Укажите все возможные варианты.

**Задача 7.7.** Числа от 1 до 200 в произвольном порядке расставили на окружности так, что расстояния между рядом стоящими на окружности числами одинаковы.

Для любого числа верно следующее: если рассмотреть 99 чисел, стоящих от него по часовой стрелке, и 99 чисел, стоящих от него против часовой стрелки, то в обеих группах будет поровну чисел, которые меньше его. Какое число стоит напротив числа 113?

**Задача 7.8.** На прямоугольном листе бумаги нарисовали картинку в форме «креста» из двух прямоугольников $ABCD$ и $EFGH$, стороны которых параллельны краям листа. Известно, что $AB = 9$, $BC = 5$, $EF = 3$, $FG = 10$. Найдите площадь четырёхугольника $AFCH$.




## 8 класс

**Задача 8.1.** На клавиатуре компьютера Пети *неисправна* одна клавиша с некоторой цифрой (все остальные клавиши работают хорошо). Неисправная клавиша срабатывает только на каждое второе нажатие. Например, в случае неисправной клавиши «2» при вводе числа 12125252 получится число 112552.

Петя попробовал ввести 10-значное число, но на экране появилось 7-значное число

$$7479189.$$

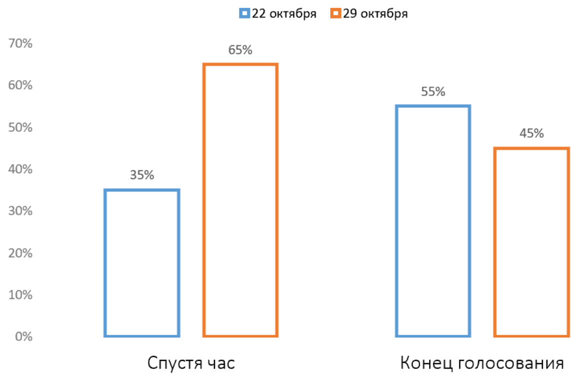
Клавиша с какой цифрой могла быть неисправна? Укажите все возможные варианты.

**Задача 8.2.** В чате учеников одной из школ проходило голосование: «В какой день проводить дискотеку: 22 или 29 октября?»

На графике изображено, как голоса распределились спустя час после начала голосования.

Затем в голосовании приняли участие ещё 80 человек, которые голосовали только за 22 октября. После этого голосование завершилось. Итоговое распределение голосов также изображено на графике.

Сколько человек приняли участие в голосовании?



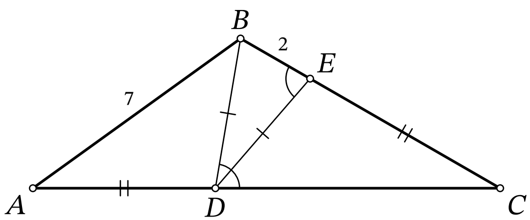

**Задача 8.3.** В классе учатся 29 школьников: несколько отличников и несколько хулиганов. Отличники всегда говорят правду, а хулиганы всегда врут.

Все ученики этого класса сели за круглый стол.

- Несколько учеников сказали: «Рядом со мной ровно один хулиган».
- Все остальные ученики сказали: «Рядом со мной ровно два хулигана».

Какое наименьшее количество хулиганов может быть в классе?

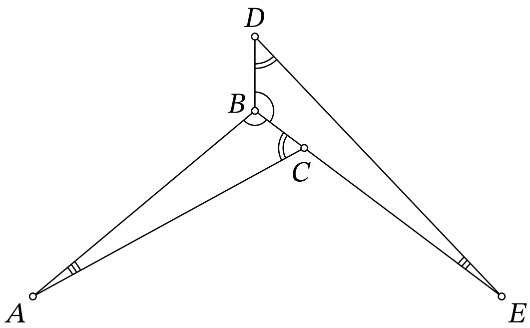
**Задача 8.4.** Точки $D$ и $E$ отмечены соответственно на сторонах $AC$ и $BC$ треугольника $ABC$ так, что $AD = EC$. Оказалось, что $BD = ED$, $\angle BDC = \angle DEB$. Найдите длину отрезка $AC$, если известно, что $AB = 7$ и $BE = 2$.




**Задача 8.5.** На доске были написаны числа $1, 2, 3, \ldots, 235$. Петя стёр несколько из них. Оказалось, что среди оставшихся чисел никакое *не* делится на разность никаких двух других. Какое наибольшее количество чисел могло остаться на доске?

**Задача 8.6.** В таблице $3 \times 3$ расставлены действительные числа. Оказалось, что произведение чисел в любой строке и любом столбце равно 10, а произведение чисел в любом квадрате $2 \times 2$ равно 3. Найдите число, стоящее в центральной клетке.

**Задача 8.7.** На рисунке изображены два равных треугольника: $ABC$ и $EBD$. Оказалось, что $\angle DAE = \angle DEA = 37^\circ$. Найдите угол $BAC$.




**Задача 8.8.** Сколькими способами можно покрасить все натуральные числа от 1 до 200 в красный и синий цвета так, чтобы никакая сумма двух различных одноцветных чисел не равнялась степени двойки?

# 9 класс

**Задача 9.1.** На острове живут красные, жёлтые, зелёные и синие хамелеоны.

- В пасмурный день либо один красный хамелеон меняет окрас на жёлтый цвет, либо один зелёный хамелеон — на синий цвет.
- В солнечный день либо один красный хамелеон меняет окрас на зелёный цвет, либо один жёлтый хамелеон — на синий цвет.

В сентябре было 18 солнечных и 12 пасмурных дней. При этом количество жёлтых хамелеонов увеличилось на 5. На сколько увеличилось количество зелёных хамелеонов?

**Задача 9.2.** У Дениса есть карточки с числами от 1 до 50. Сколько существует способов выбрать две карточки так, чтобы разность чисел на карточках равнялась 11, а произведение делилось на 5?

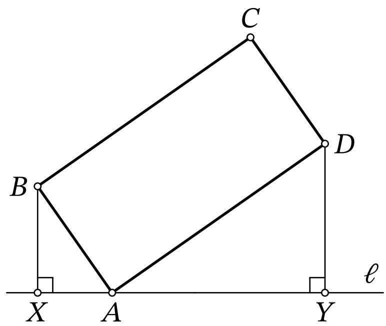
Порядок выбранных карточек не важен: например, способ выбора карточек с числами 5 и 16, а также способ выбора карточек с числами 16 и 5 — это один и тот же способ.

**Задача 9.3.** Торговцы Андрей и Борис купили по 60 мешков картошки у одного и того же фермера. Все мешки стоили одинаково.

Андрей продал все свои мешки, увеличив их цену на 100%. Борис же сначала увеличил цену на 60%, а когда продал 15 мешков, увеличил цену ещё на 40% и продал остальные 45 мешков.

Оказалось, что Борис заработал на 1200 рублей больше Андрея. Сколько рублей стоил один мешок картошки у фермера?

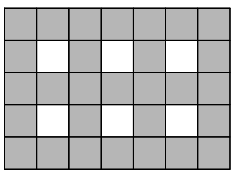
**Задача 9.4.** Через вершину $A$ прямоугольника $ABCD$ проведена прямая $\ell$, как изображено на рисунке. Из точек $B$ и $D$ опущены перпендикуляры $BX$ и $DY$ на прямую $\ell$. Найдите длину отрезка $XY$, если известно, что $BX = 4$, $DY = 10$, $BC = 2AB$.




**Задача 9.5.** У Леонида есть белый клетчатый прямоугольник. Сначала он покрасил в серый цвет все столбцы через один, начиная с самого левого, а затем все строки через одну, начиная с самой верхней. Все клетки, примыкающие к границе прямоугольника, оказались закрашены.

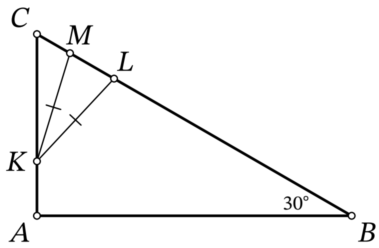
Сколько закрашенных клеток могло получиться в прямоугольнике, если белых клеток осталось 74? Укажите все возможные варианты.

Пример раскраски прямоугольника $5 \times 7$ изображён ниже.



**Задача 9.6.** В треугольнике $ABC$ известны углы $\angle B = 30^\circ$ и $\angle A = 90^\circ$. На стороне $AC$ отмечена точка $K$, а на стороне $BC$ — точки $L$ и $M$ так, что $KL = KM$ (точка $L$ лежит на отрезке $BM$).

Найдите длину отрезка $LM$, если известно, что $AK = 4$, $BL = 31$, $MC = 3$.




**Задача 9.7.** В школьном шахматном турнире участвовали 4 человека: Андрей, Ваня, Дима и Саша. Каждый сыграл дважды с каждым своим соперником. В каждой игре за победу давалось 1 очко, за ничью — 0,5 очка, за поражение — 0 очков.

Известно, что по окончании турнира

- все ребята набрали разное количество очков;
- Андрей занял первое место, Дима — второе, Ваня — третье, Саша — четвёртое;
- Андрей одержал столько же побед, сколько и Саша.

Сколько очков набрал каждый из ребят?

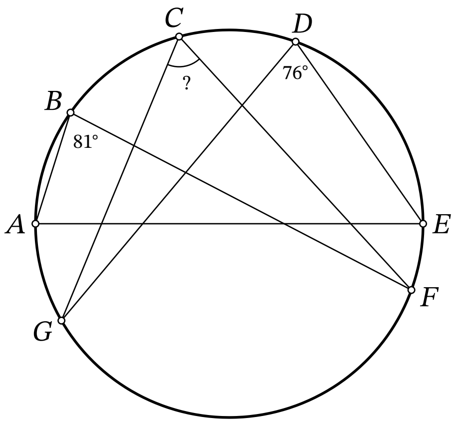
**Задача 9.8.** Целые числа $n$ и $m$ удовлетворяют неравенствам $3n - m < 5$, $n + m > 26$, $3m - 2n < 46$. Чему может равняться $2n + m$? Укажите все возможные варианты.

## 10 класс

**Задача 10.1.** Найдите наибольшее 12-значное число $N$, удовлетворяющее двум следующим условиям:

- В десятичной записи числа $N$ шесть цифр «4» и шесть цифр «7»;
- В десятичной записи числа $N$ никакие четыре подряд идущие цифры не образуют число «7444».

**Задача 10.2.** На окружности по часовой стрелке расположены точки $A, B, C, D, E, F, G$, как изображено на рисунке. Известно, что $AE$ — диаметр окружности. Также известно, что $\angle ABF = 81^\circ$, $\angle EDG = 76^\circ$. Сколько градусов составляет угол $FCG$?




**Задача 10.3.** Лёша разрезал куб $n \times n \times n$ на 153 меньших кубика. Причём у всех кубиков, кроме одного, длина ребра равна 1. Найдите $n$.

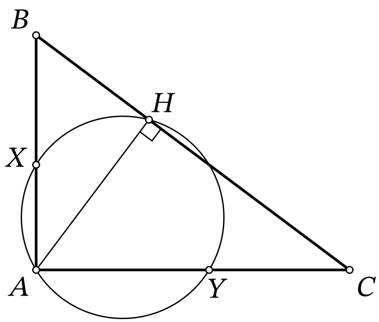
**Задача 10.4.** В классе учатся $N$ школьников: несколько отличников и 8 хулиганов. Отличники всегда говорят правду, а хулиганы всегда врут.

Однажды все ученики этого класса сели за круглый стол, и каждый из них заявил всем остальным: «Как минимум треть из вас — хулиганы!»

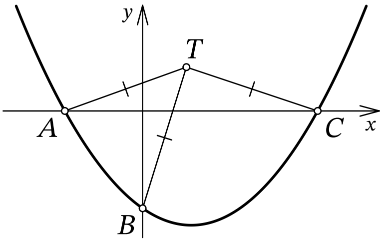
Чему может быть равно $N$? Укажите все возможные варианты.

**Задача 10.5.** У Вики есть 60 карточек с числами от 1 до 60. Она хочет разбить все карточки на пары так, чтобы во всех парах получался один и тот же модуль разности чисел. Сколько существует способов так сделать?

**Задача 10.6.** В прямоугольном треугольнике $ABC$ с прямым углом $A$ проведена высота $AH$. Окружность, проходящая через точки $A$ и $H$, пересекает катеты $AB$ и $AC$ в точках $X$ и $Y$ соответственно. Найдите длину отрезка $AC$, если известно, что $AX = 5$, $AY = 6$, $AB = 9$.



**Задача 10.7.** График функции $f(x) = \frac{1}{12}x^2 + ax + b$ пересекает ось $Ox$ в точках $A$ и $C$, а ось $Oy$ — в точке $B$, как изображено на рисунке. Оказалось, что для точки $T$ с координатами $(3; 3)$ выполнено условие $TA = TB = TC$. Найдите $b$.

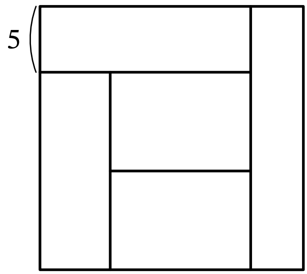



**Задача 10.8.** При каком наименьшем натуральном $a$ на числовом интервале $(a, 3a)$ находится ровно 50 точных квадратов?

# 11 класс

**Задача 11.1.** Произведение девяти последовательных натуральных чисел делится на 1111. Какое наименьшее возможное значение может принимать среднее арифметическое этих девяти чисел?

**Задача 11.2.** Квадрат разрезали на пять прямоугольников равной площади, как изображено на рисунке. Ширина одного из прямоугольников равна 5. Найдите площадь квадрата.

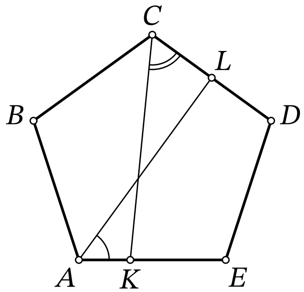



**Задача 11.3.** В турнире по футболу участвовало 15 команд, каждая сыграла с каждой ровно один раз. За победу давалось 3 очка, за ничью — 1 очко, а за поражение — 0 очков.

После завершения турнира оказалось, что некоторые 6 команд набрали хотя бы $N$ очков каждая. Какое наибольшее целое значение может принимать $N$?

**Задача 11.4.** Дан правильный пятиугольник $ABCDE$. На стороне $AE$ отмечена точка $K$, на стороне $CD$ — точка $L$. Известно, что $\angle LAE + \angle KCD = 108^\circ$, $AK : KE = 3 : 7$. Найдите $CL : AB$.

Правильный пятиугольник — пятиугольник, у которого все стороны равны и все углы равны.




**Задача 11.5.** На доске написано некоторое двузначное число. Незнайка заявил, что оно делится на 3, 4, 5, 9, 10, 15, 18, 30. Знайка, услышав это, огорчил Незнайку тем, что тот ошибся ровно 4 раза. Какое число могло быть написано на доске? Укажите все возможные варианты.

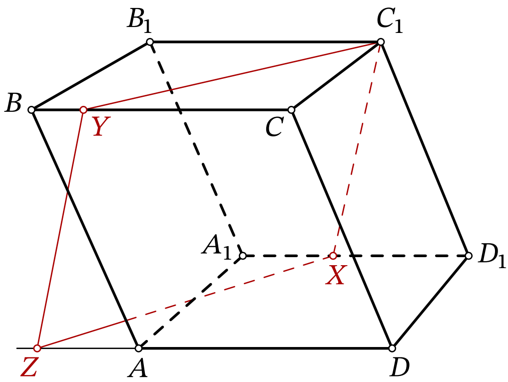
**Задача 11.6.** Квадратный трёхчлен $P(x)$ таков, что $P(P(x)) = x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 3x + 4$. Чему может равняться $P(8)$? Укажите все возможные варианты.

**Задача 11.7.** В стране 110 городов. Между каждыми двумя из них либо есть дорога, либо её нет.

Автомобилист находился в некотором городе, из которого вела ровно одна дорога. Проехав по дороге, он оказался во втором городе, из которого вели уже ровно две дороги. Проехав по одной из них, он оказался в третьем городе, из которого вели уже ровно три дороги, и так далее. В какой-то момент, проехав по одной из дорог, он оказался в $N$-м городе, из которого вели уже ровно $N$ дорог. На этом автомобилист своё путешествие прекратил. (Для каждого $2 \leqslant k \leqslant N$ из $k$-го города выходило ровно $k$ дорог с учётом той, по которой автомобилист в этот город приехал.)

Какое наибольшее значение может принимать $N$?

**Задача 11.8.** Дан параллелепипед $ABCDA_1B_1C_1D_1$. На ребре $A_1D_1$ выбрана точка $X$, а на ребре $BC$ выбрана точка $Y$. Известно, что $A_1X = 5$, $BY = 3$, $B_1C_1 = 14$. Плоскость $C_1XY$ пересекает луч $DA$ в точке $Z$. Найдите $DZ$.



$B_1$
$C_1$
$B$
$Y$
$C$
$A_1$
$X$
$D_1$
$Z$
$A$
$D$