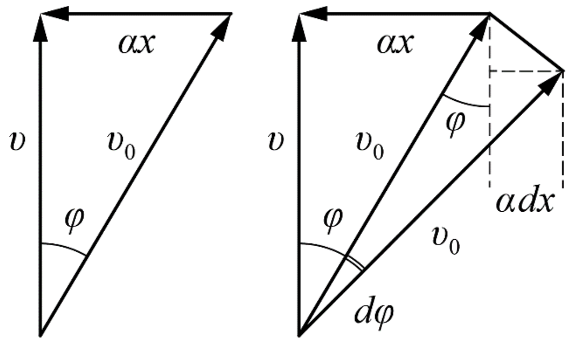
Задача 1.11.1. Переправа (12 баллов). Лодка переплывает реку по прямой, перпендикулярной берегам. Её скорость относительно воды равна υ_0. До середины реки скорость течения изменяется по закону $u = \alpha x$ от нуля до $\upsilon_0 / 2$ – скорости воды на середине реки, где α – известный коэффициент, x – расстояние от берега. После середины реки скорость уменьшается до нуля у другого берега по тому же закону.

Определите зависимость от времени угла между вектором скорости лодки относительно воды и направлением движения относительно берега. Через какое время лодка окажется на другом берегу?



Возможное решение (А. Уймин).
(способ 1)

В треугольнике скоростей скорость течения $u = \alpha x$, скорость лодки относительно берега $\upsilon = dx / dt$, а её скорость υ_0 относительно воды направлена под углом φ с нормалью к берегу. Тогда $\upsilon = \upsilon_0 \cos\varphi$.

За малое время dt лодка перемещается в направлении противоположного берега на расстояние dx, а направление вектора скорости лодки изменяется на угол $d\varphi$. При этом

$$\alpha dx = \alpha \upsilon dt = \alpha \upsilon_0 \cos\varphi dt. \quad (1)$$

Выразим отрезок αdx через длину дуги с углом $d\varphi$ окружности радиуса υ_0

$$\alpha dx = \upsilon_0 d\varphi \cos\varphi. \quad (2)$$

Из (1) и (2) получаем, что $d\varphi = \alpha dt$ или $\varphi = \alpha t$. Вектор относительной скорости поворачивается с постоянной угловой скоростью!

На середине реки $u = \upsilon_0 / 2$, и тогда $\varphi = \pi / 6$, а время $t = \pi / (6\alpha)$.

От этой середины до другого берега вектор относительной скорости поворачивается с той же угловой скоростью, но в противоположную сторону. Из симметрии полное время $T = 2t = \pi / (3\alpha)$.

№	Задача 1.11.1. Критерий (12 баллов)	Баллы
1	Треугольник скоростей с углом поворота	1
2	Приращение скорости течения за dt (уравнение 1)	1
3	Приращение скорости течения через $d\varphi$ (уравнение 2)	3
4	Нахождение угловой скорости ($d\varphi / dt = \alpha$ или $\varphi = \alpha t$)	2,5
5	Нахождение $\varphi = \pi / 6$ на середине реки	1
6	Нахождение времени плавания до середины реки	2,5
7	«Симметрия» второй половины и ответ $T = \pi / (3\alpha)$.	1

24 января *на портале* http://abitu.net/vseros ***будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура****. Начало разбора (по московскому времени):*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.
26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура*. Начало разбора:*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

Решение (способ 2).

Построим треугольник скоростей для лодки (см. рисунок выше). Из теоремы Пифагора

$$\upsilon_x^2 + (\alpha x)^2 = \upsilon_0^2.$$

После дифференцирования по времени получим: $2a_x\upsilon_x + 2\alpha^2 x\upsilon_x = 0.$

$a_x = -\alpha^2 x$ – уравнение гармонических колебаний.

Из начальных условий $(x = 0;\ \upsilon_x = \upsilon_0)$ находим решение

$$\upsilon_x = \upsilon_0 \cos(\alpha t).$$

Также из треугольника скоростей видим, что $\upsilon_x = \upsilon_0 \cos\varphi$, откуда $\varphi = \alpha t.$

В момент достижения середины реки $\upsilon_x = \upsilon_0\sqrt{3}/2,\ t = \pi/(6\alpha).$ Общее время движения $T = 2t = \pi/(3\alpha).$

№	Задача 1.11.1. Критерии оценивания (12 баллов)	Баллы
1	Треугольник скоростей с углом поворота	1
2	Доказано, что движение гармоническое	2,5
3	Из начальных условий определена зависимость $\upsilon_x(t)$	2,5
4	Найдена зависимость $\varphi = \alpha t$	2,5
5	Нахождение времени плавания до середины реки	2,5
6	«Симметрия» второй половины и ответ $T = \pi/(3\alpha)$.	1

24 января *на портале* http://abitu.net/vseros ***будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура****. Начало разбора (по московскому времени):*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.
26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура*. Начало разбора:*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

Решение (способ 3).

Из теоремы Пифагора следует

$$\upsilon_x^2 + (\alpha x)^2 = \upsilon_0^2.$$

Отсюда скорость лодки

$\upsilon_x = \dfrac{dx}{dt} = \sqrt{\upsilon_0^2 - (\alpha x)^2}$, а время $dt = \dfrac{dx}{\upsilon_x} = \dfrac{dx}{\sqrt{\upsilon_0^2 - (\alpha x)^2}}$.

Время, которое необходимо для преодоления некоторого расстояния x_1,

$$t_1 = \int_0^{x_1} \frac{dx}{\sqrt{\upsilon_0^2 - (\alpha x)^2}} = \frac{1}{\alpha}\arcsin\left(\frac{\alpha x_1}{\upsilon_0}\right).$$

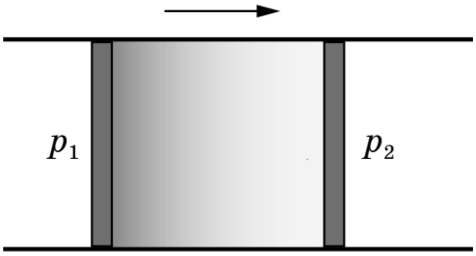
В частности, при $x = \upsilon_0 / (2\alpha)$ (середина реки), время $t = \pi / (6\alpha)$. Общее время движения $T = \pi / (3\alpha)$.

Для определения искомого угла заметим, что из треугольника скоростей $\sin\varphi = \alpha x / \upsilon_0$, откуда $\varphi = \alpha t$.

№	Задача 1.11.1. Критерии оценивания (12 баллов)	Баллы
1	Треугольник скоростей с углом поворота	1
2	Найдена связь между временем и координатой $t_1 = (1/\alpha)\arcsin(\alpha x_1 / \upsilon_0)$	5
3	Найдена зависимость $\varphi = \alpha t$	2,5
4	Нахождение времени плавания до середины реки	2,5
5	«Симметрия» второй половины и ответ $T = \pi / (3\alpha)$.	1

__24 января__ на портале http://abitu.net/vseros __будет проведён онлайн-разбор решений задач первого тура__. Начало разбора (по московскому времени):
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.
***26 января состоится онлайн-разбор решений заданий второго тура**. Начало разбора:*
7 класс – 11.00; 8 класс – 10.00; 9 класс – 12.00; 10 класс – 13.30; 11 класс – 15.00.

Задача 1.11.2. Доставка воды пневмопочтой (12 баллов). Где-то в Космосе, вдали от звезд, движется по инерции фабрика-звездолет. В технологических процессах используется вода, которая доставляется к нужному месту порциями с массой $m = 288$г по гладким трубам, площадь поперечного сечения которых постоянна и равна $S = 50$см^2. Каждая порция содержится между двумя одинаковыми поршнями, масса каждого из которых тоже равна m. Температура порции T при движении в установившемся режиме (колебания поршней относительно друг друга отсутствуют) остается неизменной. Движение поршней и порции воды по трубе обеспечивается давлением сжатого газа: «позади» них давление газа p_1 всегда в 1,5 раза больше, а «перед» ними (p_2) – в два раза меньше, чем давление насыщенного водяного пара при температуре T.



Какая часть массы воды в порции при движении в установившемся режиме находится в жидком состоянии? Каково в этом режиме расстояние между поршнями?

Плотность насыщенного водяного пара при температуре T составляет $\varepsilon = 6\,\%$ от плотности жидкой воды, которая при этой температуре равна $\rho \approx 0{,}72$ г/см^3.

В вычислениях для простоты можно считать воду совершенно несжимаемой, а водяной пар – почти идеальным газом. Ответ для расстояния между поршнями выразите в см с точностью до целого значения.

Возможное решение (К. Парфёнов). В установившемся режиме поршни и вода движутся равноускоренно, причем величина ускорения $a=\frac{(p_1-p_2)S}{3m}=\frac{(1{,}5p_H-0{,}5p_H)S}{3m}=\frac{p_H S}{3m}$, где p_H – давление насыщенного водяного пара при температуре T. Из уравнения движения поршня 1 («позади» порции воды) следует, что давление воды на него $p'=p_1-\frac{ma}{S}=\frac{7}{6}p_H$. Из этого ясно, что у поверхности этого поршня вода находится в жидком состоянии. Аналогично из уравнения движения поршня 2 находим, что на у его поверхности давление воды $p''=p_2+\frac{ma}{S}=\frac{5}{6}p_H$, то есть здесь вода является паром. На границе раздела фаз давление равно p_H, и, поскольку вода несжимаема, то из уравнения движения для слоя жидкой воды находим толщину этого слоя: $\rho Sh\cdot a=(p'-p_H)S\Rightarrow h=\frac{m}{2\rho S}$. Поэтому масса жидкой воды $m_l=\rho Sh=\frac{m}{2}$, то есть в жидком состоянии находится половина (50%) массы воды.

Теперь в области, занятой водяным паром, выделим слой пара толщиной Δx и запишем уравнение движения для него (под действием сил давления): $\rho_n S\Delta x\cdot a=-\Delta pS$, где плотность пара, в соответствии с уравнением Менделеева-Клапейрона, равна $\rho_n=\frac{\mu p}{RT}$. Таким образом, толщина слоя, на котором давление убывает на величину $\Delta p<0$, равна $\Delta x=-\frac{3mRT}{\mu p_H S}\frac{\Delta p}{p}=-\frac{3m}{\varepsilon\rho S}\frac{\Delta p}{p}$. Здесь учтено, что $\frac{\mu p_H}{RT}=\rho_H=\varepsilon\rho$. На всем участке пара давление падает не очень значительно – от p_H до $p''=\frac{5}{6}p_H$. Поэтому толщина слоя пара может быть приближенно вычислена по этой формуле с $-\Delta p=\frac{1}{6}p_H$ и средней величиной давления $p\approx\frac{1}{2}\left(p_H+\frac{5}{6}p_H\right)=\frac{11}{12}p_H$. Таким образом, $H\approx\frac{6m}{11\varepsilon\rho S}\approx 73$ см. Значит, расстояние между поршнями $L=H+h\approx\frac{m}{2\rho S}\left[1+\frac{12}{11\varepsilon}\right]\approx 77$ см. Допустимо также использовать среднее значение <u>обратного</u> давления $\frac{1}{p}\approx\frac{1}{2}\left(\frac{1}{p_H}+\frac{6}{5p_H}\right)=\frac{11}{10p_H}$. В этом случае $H\approx\frac{11m}{20\varepsilon\rho S}\approx 73$ см и $L\approx\frac{m}{2\rho S}\left[1+\frac{11}{10\varepsilon}\right]\approx 77$ см. Ясно, что эти выражения дают для искомой величины оценки «сверху» и «снизу», поэтому разумно взять их среднее: $H\approx\frac{241m}{440\varepsilon\rho S}\approx 73$ см и $L\approx\frac{m}{2\rho S}\left[1+\frac{241}{220\varepsilon}\right]\approx 77$ см. Поскольку в рамках требуемой точности все эти подходы дают одинаковый ответ, <u>все</u> они являются допустимыми.

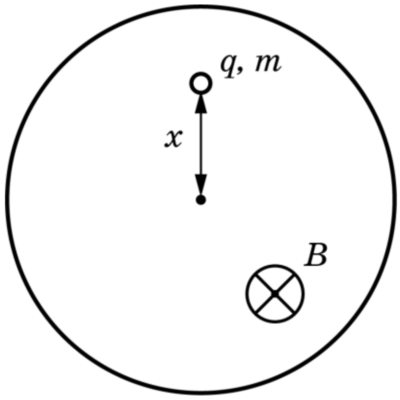
ОТВЕТ: 50% (половина), $L\approx\frac{m}{2\rho S}\left[1+\frac{241}{220\varepsilon}\right]=\frac{1271m}{132\rho S}\approx 77$ см.

Примечание 1. Участники, знакомые с интегрированием, могут вычислить H и L более аккуратно: толщина слоя пара $H = \frac{3m}{\varepsilon\rho S} \cdot \int\limits_{p''}^{p_H} \frac{dp}{p} = \frac{3m}{\varepsilon\rho S}\ln\left(\frac{6}{5}\right)$, и расстояние между поршнями $L = H + h = \frac{m}{2\rho S}\left[1 + \frac{6}{\varepsilon}\ln\left(\frac{6}{5}\right)\right] \approx 77\,\text{см}$. Такие ответы также засчитываются как полностью правильные. Нетрудно заметить, что по точной (76,93 см) и приближенной (77,03 см) формулам разность ответов менее 0,14% (примерно 0,1 см).

Примечание 2. Отметим также, что пренебрежением объемом жидкой воды дает ошибку более 5% (толщина слоя жидкой воды равна 4 см). Использование при вычислении толщины слоя пара «крайних» значений давления (p_H или $5p_H/6$) вместо среднего вносит ошибку более 8%. Поэтому эти ошибки существенны на заданном уровне точности, и в этом случае баллы за решение несколько снижаются.

Примечание 3. указанные плотности воды и водяного пара имеют место при температуре около +295°C.

№	**Задача 1.11.2. Критерии оценивания (12 баллов)**	**Баллы**
1	Указано, что поршни и вода движутся равноускорено	0,5
2	Определена величина ускорения	0,5
3	Указано (используется в решении), что у поршня 1 вода находится в жидком состоянии (**0,5 балла**), а у поршня 2 – в газообразном (**0,5 балла**)	1
4	Указано (используется в решении), что на границе раздела фаз давление равно p_H	1
5	Найдено, что в жидком состоянии находится половина массы воды	2
6	Найдена толщина слоя жидкой воды (формула или число)	1
7	Записано уравнение, связывающее разность давлений для слоя пара с толщиной этого слоя ($\Delta x = -\left(3m/\left(\varepsilon\rho S\right)\right)\left(\Delta p/p\right)$ или эквивалентное) (Если в коэффициенте остались неизвестные величины – только **1 балл**!)	3
8	Найдена толщина слоя водяного пара (формула или число) (При использовании «крайних» значений давления вместо среднего – только **1 балл**!)	2
9	Получен правильный численный ответ для расстояния между поршнями (За ответ без учета слоя жидкой воды (73 см) – только **0,5 балла**! Также за ответы с использованием «крайних» значений давления (71 см или 84 см) – **0,5 балла**! Если допущены обе погрешности – баллы за этот пункт не ставятся.)	1



Задача 1.11.3. Полетели (12 баллов). В вакууме в невесомости между круглыми полюсами электромагнита на расстоянии x от оси магнита покоится частица массы m и заряда q. Сначала магнитное поле равно нулю. Затем, за малый промежуток времени, индукция магнитного поля увеличивается до значения B_0 и поддерживается постоянной в течение времени $\tau < \pi m/(qB_0)$, после чего очень быстро уменьшается до нуля.

1) Почему частица приходит в движение? Опишите качественно траекторию частицы.
2) С какой скоростью движется частица после включения магнитного поля?
3) С какой скоростью движется частица после выключения магнитного поля?
4) На каком минимальном расстоянии от оси магнита проходит траектория частицы?
5) Через какое время от момента включения поля частица окажется на минимальном расстоянии от оси магнита?

Магнитное поле в пределах полюсов можно считать однородным. Перемещением частицы за время включения и выключения поля можно пренебречь.

Возможное решение (А. Аполонский). При включении изменяющееся во времени магнитное поле порождает вихревое электрическое, которое действует на частицу и сообщает ей некоторую скорость. Из соображений симметрии ясно, что силовые линии этого вихревого поля – концентрические окружности с центром на оси магнита. Согласно закону электромагнитной индукции, вектор $\vec{E}_{\text{вихр}}$ направлен (при указанном на рисунке направлении магнитного поля) по часовой стрелке при включении поля и против нее – при выключении. Определим величину напряженности вихревого электрического поля $E_{\text{вихр}}$ в месте расположения частицы. Величина ЭДС индукции E в контуре радиуса x определяется скоростью изменения магнитного потока

$$\mathrm{E} = \frac{d\Phi}{dt} = \pi x^2 \frac{dB}{dt}.$$

С другой стороны $\mathrm{E} = 2\pi x E_{\text{вихр}}$. Отсюда

$$E_{\text{вихр}} = \frac{x}{2}\frac{dB}{dt}.$$

Поскольку $m\frac{d\upsilon}{dt} = qE_{\text{вихр}}$, за малый промежуток времени dt изменение скорости частицы

$$d\upsilon = \frac{qE_{\text{вихр}}dt}{m} = \frac{qxdB}{2m}.$$

За все время установления постоянного значения B_0 изменение скорости составит

$$\upsilon = \frac{qxB_0}{2m}.$$

Эта скорость сонаправлена с $\vec{E}_{\text{вихр}}$, т. е. направлена «по часовой стрелке» перпендикулярно радиусу, проведенному от оси полюсов электромагнита. Поэтому далее, в течение времени τ частица движется (под действием силы Лоренца) по окружности радиуса

$$R = \frac{\upsilon m}{qB_0} = \frac{x}{2}$$

с периодом обращения

$$T = \frac{2\pi R}{\upsilon} = \frac{2\pi m}{qB_0}.$$

Отметим, что окружность проходит через ось O полюсов электромагнита, а по условию $\tau < \frac{\pi m}{qB_0} = \frac{T}{2}$, то есть до момента выключения магнитного поля частица успевает пролететь менее половины этой окружности. На рис. 1 B – точка, в которой находилась частица в начальный момент времени, C – точка, в которой будет частица через время τ в момент выключения поля, D – центр окружности, по которой движется частица.

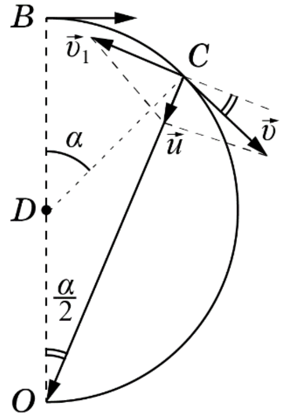


Рис.1

Положение частицы на окружности в момент времени τ задается углом

$$\alpha = 2\pi \frac{\tau}{T} = \frac{\tau q B_0}{m},$$

а расстояние $|OC|$ до оси O магнита при этом равно $x_1 = 2R\cos(\alpha/2) = x\cos(\alpha/2)$.

При выключении магнитного поля из-за действия вихревого электрического поля скорость частицы изменится на величину $\upsilon_1 = \frac{q x_1 B_0}{2m} = \upsilon\cos(\alpha/2)$, причем вектор $\vec{\upsilon}_1$ направлен перпендикулярно отрезку OC, в то время, как вектор $\vec{\upsilon}$ перпендикулярен DC (см. рис. 1). После выключения поля результирующая скорость частицы $\vec{u} = \vec{\upsilon} + \vec{\upsilon}_1$.

Нетрудно заметить, что составляющая вектора $\vec{\upsilon}$, перпендикулярная CO, равна по величине $\upsilon_\perp = \upsilon\cos(\alpha/2)$, то есть $\vec{\upsilon}_\perp + \vec{\upsilon}_1 = 0$. Значит, вектор $\vec{u}$ направлен вдоль отрезка CO, проходящего через ось электромагнита. Вдоль этого отрезка и движется частица после выключения магнитного поля. Скорость u ее движения при этом

$$u = \upsilon\sin(\alpha/2) = \frac{q x B_0}{2m}\sin(\alpha/2).$$

Таким образом, траектория ВСО движения частицы представляет собой дугу окружности, переходящую в луч, проходящий через ось магнита. Минимальное расстояние от оси магнита при любых значениях τ и x равно нулю.

Время от момента включения поля до момента пролета через центр магнита

$$\Delta t = \tau + \frac{x_1}{u} = \tau + \frac{x\cos(\alpha/2)}{\frac{q x B_0}{2m}\sin(\alpha/2)} = \tau + \frac{2m}{qB_0}\operatorname{ctg}(\alpha/2),$$

где $\frac{\alpha}{2} = \tau\frac{qB_0}{2m}$.

№	**Задача 1.11.3. Критерии оценивания (12 баллов)**	**Баллы**
1	Указано, что частица приходит в движение под действием силы со стороны вихревого электрического поля	0,5
2	Записано выражение для ЭДС индукции в контуре радиуса x: $\mathrm{E} = \pi x^2 \dfrac{dB}{dt}$.	0,5
3	Получено выражение для напряженности вихревого электрического поля в зависимости от расстояния x от оси магнита: $E_{\text{вихр}} = \dfrac{x}{2}\dfrac{dB}{dt}$.	2
4	Получено выражение для скорости частицы после включения магнитного поля $\upsilon = qxB_0/(2m)$.	2
5	Указано, что в интервале времени между включением и выключением магнитного поля частица летит по дуге окружности, а после выключения движется по прямой	0,5
	Приведены верные выражения для	
6	радиуса окружности R	0,5
7	периода обращения T	0,5
8	расстояния до оси (в момент выключения поля)	0,5
9	Получено выражение для модуля изменения скорости при выключении поля υ_1	1
10	С учетом направлений скорости $\vec{\upsilon}$ и изменения скорости $\vec{\upsilon}_1$ доказано, что после выключения поля частица летит через центр системы	2
11	Определена скорость u частицы после выключения поля	1
12	Верно определено время Δt до пролета через центр магнита	1

Задача 1.11.4. Эффект Холла (14 баллов). Электроны являются носителями тока в металлах и полупроводниках *n*-типа. Если образец с током (в данном случае прямоугольный кусочек плёнки полупроводника *n*-типа) помещён в магнитное поле и через него протекает электрический ток, то на движущиеся электроны действует сила Лоренца $F = e\upsilon B$, перпендикулярная скорости $\vec{\upsilon}$ электрона и вектору $\vec{B}$ магнитной индукции (рис. 1).

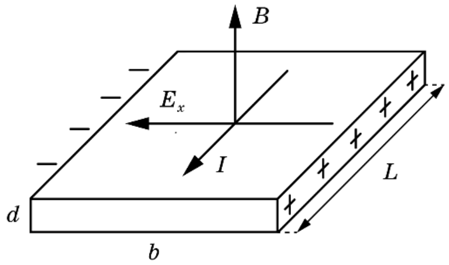


Рис. 1

Здесь υ – средняя скорость дрейфа электронов, связанная с проходящим током I и прямо пропорциональная напряженности электрического поля $\vec{E}$ в направлении этого тока: $\upsilon = \mu E$, где коэффициент пропорциональности μ называется подвижностью электронов.

Из-за действия на электроны силы Лоренца (на рисунке она направлена в сторону левой грани), происходит разделение зарядов и появляется поперечное электрическое поле с напряженностью E_x. Возникновении этого поля при протекании тока в образце, помещенном в магнитное поле, называют эффектом Холла. Перемещение электронов в направлении левой грани прекращается, когда силу Лоренца уравновешивает электрическая сила eE_x:

$$e\upsilon B = eE_x.$$

В установившемся режиме напряжённость поперечного электрического поля $E_x = \upsilon B$.

Ниже описан эксперимент, в котором эффект Холла используется для исследования свойств полупроводника.

Ток создаёт источник с ЭДС $\mathcal{E}$ = 10 В и малым внутренним сопротивлением. Величина магнитной индукции B = 1,0 Тл. Для изменения тока применяют переменный резистор, а вольтметром измеряют напряжение U_x между боковыми гранями в направлении, перпендикулярном магнитному полю и направлению протекающего тока.

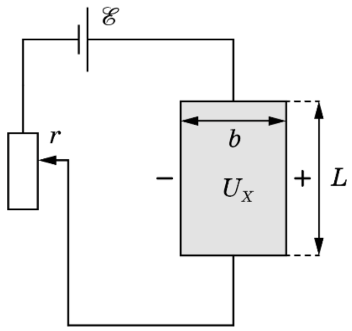


Рис. 2

Размеры полупроводникового образца: толщина d = 1,0 мкм, ширина b = 5,0 мм, длина L = 1,0 см. Заряд электрона $e = 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл.

В таблице представлена зависимость U_x от сопротивления r переменного резистора.

r, кОм	2,5	2,0	1,5	1,0	0,5	0,0
U_x, В	1,2	1,4	1,6	1,8	2,1	2,5

Задание

1. Выразите U_x через силу тока I в образце, концентрацию n электронов проводимости и физические величины, приведенные в описании эксперимента ($\mathcal{E}$, B, d, b, L, e).

2. Выразите сопротивление R и удельное сопротивление ρ образца через его размеры, подвижность μ и концентрацию n электронов проводимости.

3. Используя уравнения, полученные в п.п. 1, 2, выразите U_x через концентрацию n и подвижность μ электронов проводимости, сопротивление r и физические величины, приведенные в описании эксперимента.

4. Используя выражение, полученное в п. 3, при помощи графического анализа экспериментальных данных определите для исследуемого полупроводника:

а) концентрацию n электронов проводимости;

б) их подвижность μ;

в) удельное сопротивление ρ.

Опишите выбранный для этого способ обработки данных.

Внимание! Из-за ограниченного времени выполнения задания погрешность определения n, μ и ρ оценивать не требуется, однако точность полученных вами промежуточных и конечных результатов будет учитываться при выставлении баллов.

Возможное решение (С. Кармазин).

1. Выразим U_x через силу тока I в образце. Заметим, что при скорости дрейфа υ за единицу времени через сечение образца bd проходит заряд электронов проводимости из объёма υbd, что при концентрации n электронов проводимости создаёт силу тока $I = en\upsilon bd$. Для разности потенциалов $U_x = b\upsilon B$, поэтому

$$U_x = \frac{IB}{end}. \tag{1}$$

2. Выразим сопротивление R образца между гранями, отстоящими друг от друга на расстоянии L, через подвижность μ и концентрацию n электронов проводимости. Так как $\upsilon = \mu E$, где $E = U / L$ где U – напряжение между сечениями бруска, то скорость дрейфа электронов $\upsilon = \mu U / L$. Поскольку сила тока $I = en\upsilon bd = \dfrac{en\mu Ubd}{L}$, то из равенства $R = \dfrac{U}{I}$ имеем

$$R = \frac{L}{en\mu bd}. \tag{2}$$

Соответственно, для удельного сопротивления получим

$$\rho = \frac{1}{en\mu}. \tag{3}$$

3. Запишем закона Ома для замкнутой цепи $\mathrm{E} = I\left(r + R\right)$, где R сопротивление образца. Подставляя в это уравнение выражение $I = \dfrac{U_x end}{B}$, следующее из (1), и выражение (2) для R, получим $r + R = \dfrac{\mathrm{E}B}{U_x end}$ или

$$\frac{\mathrm{E}B}{U_x} = end \cdot r + \frac{L}{\mu b}. \tag{4}$$

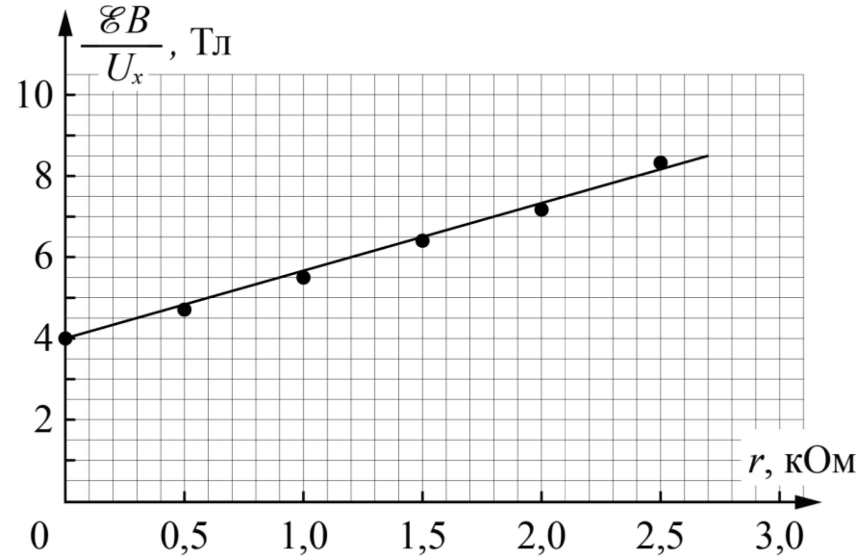
Мы получили, что обратное напряжение Холла **линейно** зависит от сопротивления переменного резистора r. Это позволяет применить графическую обработку (4).

По угловому коэффициенту den можно найти концентрацию n, а по свободному члену $\dfrac{L}{\mu b}$ – подвижность μ.

Таблицу из условия преобразуем к виду:

r, кОм	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
$\mathcal{E}B/U_x$, Тл	4,0	4,8	5,6	6,3	7,1	8,3

Наносим на график с осями $\dfrac{\mathrm{E}B}{U_x}$ и r точки, отвечающие измерениям, и проводим наиболее близкую к ним прямую.



Для нашей прямой получаем $\dfrac{L}{\mu b} = 4{,}1\,\text{Тл}$, откуда

$$\mu = \frac{1{,}0\cdot 10^{-2}}{5{,}0\cdot 10^{-3}\cdot 4{,}1}\left(\frac{\text{м}^2}{\text{с}\cdot\text{В}}\right) = 4{,}9\cdot 10^{3}\left(\frac{\text{см}^2}{\text{с}\cdot\text{В}}\right).$$

Угловой коэффициент $end = \dfrac{8{,}2-4{,}0}{2{,}5\cdot 10^{3}}\left(\dfrac{\text{Тл}}{\text{Ом}}\right) \approx 1{,}7\cdot 10^{-3}\left(\dfrac{\text{Тл}}{\text{Ом}}\right)$, откуда

$$n = \frac{1{,}7\cdot 10^{-3}}{1{,}6\cdot 10^{-19} 1{,}0\cdot 10^{-6}}\,\text{м}^{-3} = 1{,}06\cdot 10^{22}\,\text{м}^{-3}, \qquad \rho = \frac{1}{en\mu} = 1{,}2\cdot 10^{-3}\,\text{Ом}\cdot\text{м}.$$

№	**Задача 1.11.4. Критерии оценивания (14 баллов)**	**Баллы**
1	Полный вывод выражения для напряжения Холла: $U_x = B\upsilon b = BI/(end)$. При неполном выводе	2
а)	Выражена скорость дрейфа через силу тока: $\upsilon = I/(bden)$ (1 балл)	
б)	Выражение для напряжения Холла: $U_x = B\upsilon b = BI/(den)$ (1 балл)	
2	Выражение для сопротивления $r + R = \mathcal{E}/I$ (0,5 балла) и $r + R = \mathcal{E}B/(U_x den)$ (0,5 балла)	1
3	Выражение сопротивления и удельного сопротивления через подвижность и концентрацию	3
а)	Записано соотношение $\upsilon = \mu E = \mu U/L$ (1 балл)	
б)	Записано соотношение $I = en\upsilon bd = en\mu Ebd = en\mu Ubd/L$ (1 балл)	
в)	Получение выражения для $R = L/en\mu bd$ (0,5 балла)	
г)	Получение выражение для удельного сопротивления $\rho = 1/en\mu$ (0,5 балла)	
4	Сделан вывод о линейной зависимости r и $1/U_x$ из постоянства R как основы метода нахождения характеристик полупроводника	0,5
5	Получение соотношения (или любой аналог) $\mathcal{E}B/U_x = denr + L/(\mu b)$	0,5
6	Преобразование таблицы 1 в таблицу 2 с величиной, пропорциональной $1/U_x$, как функции r.	1
7	Указано, что по коэффициенту при переменной и свободному члену в линейной зависимости можно найти n и μ (алгебраически или по графику)	1
8	Установление параметров линейной зависимости (свободного члена $L/\mu b$)	1
9	Установление параметров линейной зависимости (коэффициента den)	1
10	Подвижность μ попала в интервале $(0{,}47 \div 0{,}51)$ м^2/с·В; в интервале $(0{,}45 \div 0{,}53)$ м^2/с (0,5 балла)	1
11	Концентрация n в интервале $(0{,}8 \div 1{,}2)\ 10^{22}$ 1/м^3 в интервале $(0{,}6 \div 1{,}4)\ 10^{22}$ 1/м^3 (0,5 балла)	1
12	ρ в интервале $(1{,}1 \div 1{,}4)\cdot 10^{-3}$ Ом·м в интервале $(0{,}9 \div 1{,}6)\cdot 10^{-3}$ Ом·м (0,5 балла)	1