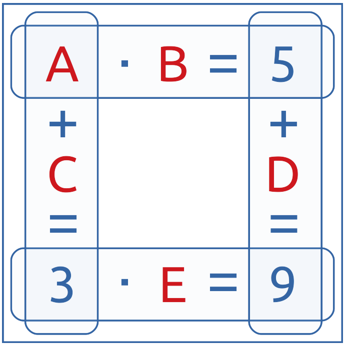
3 класс (решения)

Задача 3.1. На доске было написано четыре арифметических примера. Маша стёрла числа 1, 2, 3, 4, 5 и написала вместо них буквы A, B, C, D, E в некотором порядке. Восстановите примеры.



(a) Вместо буквы A	**(1)** стояло число 1.
(b) Вместо буквы B	**(2)** стояло число 2.
(c) Вместо буквы C	**(3)** стояло число 3.
(d) Вместо буквы D	**(4)** стояло число 4.
(e) Вместо буквы E	**(5)** стояло число 5.

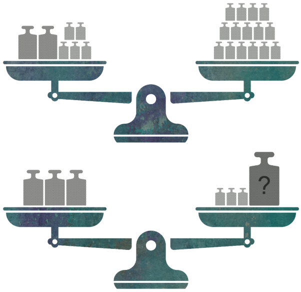
Ответ: a1 b5 c2 d4 e3.

Решение. Из примера $5 + D = 9$ можно сразу найти, что $D = 4$.

Аналогично, из примера $3 \cdot E = 9$ понятно, что $E = 3$.

Теперь взглянем на пример $A \cdot B = 5$. Только две из оставшихся трёх цифр дают 5 в произведении — это 1 и 5. Но A не может равняться 5, так как $A + C = 3$. Получается, что $A = 1, B = 5, C = 2$. $\square$

Задача 3.2. Известно, что 2 средние и 5 маленьких гирь уравновешивают 15 маленьких гирь. Кроме этого, 3 средние гири уравновешивают 3 маленькие и 1 большую гирю. Сколько унций весит большая гиря, если маленькая весит 1 унцию?



Ответ: 12.

Решение. Внимательно посмотрим на первое положение весов: 2 средние и 5 маленьких гирь уравновешивают 15 маленьких гирь. То есть 2 средние уравновешивают $15 - 5 = 10$ маленьких гирь. Получаем, что 1 средняя гиря весит столько же, сколько и 5 маленьких гирь, а именно 5 унций.

Теперь посмотрим на второе положение весов. На левой чаше весов расположены 3 средние гири, чей суммарный вес равен $3 \cdot 5 = 15$ унций. А на правой чаше весов расположены 3 маленькие гири, чей вес составляет 3 унции, и 1 большая гиря. Из чего делаем вывод, что большая гиря весит 12 унций. $\square$

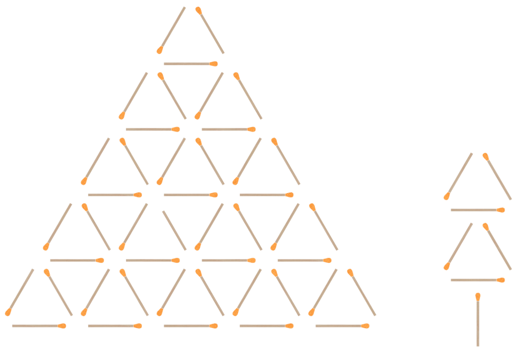
Задача 3.3. У племени Фруктоедов было 21 зелёное яблоко, 15 жёлтых яблок и 11 жёлтых бананов. В первый день они съели 25 яблок, а во второй день они съели 15 жёлтых фруктов. Какое наибольшее количество жёлтых яблок могло остаться?

Ответ: 7.

Решение. В первый день племя Фруктоедов съело 25 яблок, то есть хотя бы $25 - 21 = 4$ жёлтых яблок. Во второй день они съели 15 жёлтых фруктов, то есть хотя бы $15 - 11 = 4$ жёлтых яблок. Таким образом, осталось не более $15 - 4 - 4 = 7$ жёлтых яблок.

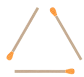
Пример, как могло остаться ровно 7 жёлтых яблок, привести нетрудно. В первый день племя Фруктоедов съело 21 зелёное яблоко и 4 жёлтых яблока, а во второй день — 11 жёлтых бананов и 4 жёлтых яблока. $\square$

Задача 3.4. Вася нашёл коробок спичек и сложил из них треугольник, изображённый на левой картинке. Потом он разобрал треугольник и из тех же спичек начал складывать фигуры, изображённые на правой картинке. После того как он сложил максимально возможное количество таких фигур, у него осталось несколько неиспользованных спичек. Сколько спичек у него осталось?



Ответ: 3.

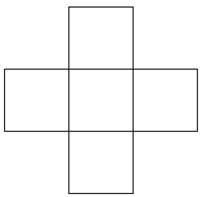
Решение. Заметим, что большой треугольник состоит из 15 треугольников, изображённых на картинке ниже. Значит, он состоит из $15 \cdot 3 = 45$ спичек.



Фигура из условия задачи, изображённая справа, состоит из 7 спичек. Тогда нетрудно посчитать, сколько у Васи останется спичек:

$$45 - (\underbrace{7+7+7+7+7+7}_{6 \text{ фигур}}) = 45 - 42 = 3\,. \qquad \square$$

Задача 3.5. В клетках «плюса» в некотором порядке написаны числа 6, 7, 8, 9, 10 так, что сумма чисел в вертикальном прямоугольнике 1×3 равна сумме чисел в горизонтальном прямоугольнике 1×3.



Какое число может быть написано в центральной клетке? Выберите все подходящие варианты.

Ответ: 6, 8 или 10.

Решение. Среди чисел 6, 7, 8, 9, 10 есть три чётных числа (6, 8 и 10) и два нечётных числа (7 и 9).

Если в центральной клетке будет стоять нечётное число, то либо в горизонтальном, либо в вертикальном прямоугольнике 1×3 не будет других нечётных чисел (так как их всего два). Тогда в том прямоугольнике, где нечётное число только одно (только центральное), будет сумма двух чётных чисел и одного нечётного, что равно нечётному числу. А в прямоугольнике, где два нечётных числа (центральное число и ещё одно), будет сумма двух нечётных чисел и одного чётного, что равно чётному числу. Получаем противоречие, так как суммы чисел в прямоугольниках не равны.

Любое из чётных чисел может стоять в центре.

	8	
7	6	10
	9	

	7	
6	8	10
	9	

	7	
6	10	9
	8	

□

Задача 3.6. В ряд стоят семь гномов. У четверых есть борода, у троих есть колпак и у троих есть очки. Известно, что

- если у гнома есть борода и он носит очки, то все его соседи носят колпаки;
- никакие два бородача не стоят рядом;
- гномы, стоящие по краям, а также их соседи не носят очки.

Пронумеруем гномов слева направо от 1 до 7. Поставьте в соответствие каждому гному отличительные черты его внешности.

(a) Второй гном
(b) Третий гном
(c) Четвертый гном
(d) Седьмой гном

(1) носит колпак и очки, но не носит бороду.
(2) носит бороду и очки, но не носит колпак.
(3) носит колпак, но не носит бороду и не носит очки.
(4) носит бороду, но не носит колпак и не носит очки.

Ответ: a3, b2, c1, d4.

Решение. Разобьём первых шестерых гномов на пары: первый со вторым, третий с четвёртым, пятый с шестым. Никакие два бородатых гнома не стоят рядом, тогда в каждой паре не более одного бородатого гнома. То есть среди первых шести гномов не более трёх бородатых, но их всего четверо, поэтому седьмой гном носит бороду, и в каждой паре точно есть бородатый гном.

Получается, что первый, третий, пятый и седьмой гномы носят бороду.

В условии сказано, что гномы, стоящие по краям, а также их соседи не носят очки. То есть первый, второй, шестой и седьмой гномы не носят очки. Но по условию задачи очки носят трое гномов. Следовательно, третий, четвертый и пятый гномы носят очки.

Мы получаем следующую картину:

- Первый гном носит бороду, но не носит очки.
- Второй гном не носит бороду и не носит очки.
- Третий гном носит бороду и очки.
- Четвёртый гном не носит бороду, но носит очки.
- Пятый гном носит бороду и очки.
- Шестой гном не носит бороду и не носит очки.
- Седьмой гном носит бороду, но не носит очки.

Остаётся условие, что если у гнома есть борода и он носит очки, то все его соседи носят колпаки. Из доказанного выше мы понимаем, что носят колпаки второй, четвёртый и шестой гномы. Больше никто колпаки не носит, так как только три гнома носят колпаки по условию задачи.

Таким образом, можно однозначно определить, кто что носит.

- Первый гном носит бороду, но не носит очки и колпак.
- Второй гном не носит бороду и не носит очки, но носит колпак.
- Третий гном носит бороду и очки, но не носит колпак.
- Четвёртый гном не носит бороду, но носит очки и колпак.
- Пятый гном носит бороду и очки, но не носит колпак.
- Шестой гном не носит бороду и очки, но носит колпак.
- Седьмой гном носит бороду, но не носит очки и колпак. $\square$

Задача 3.7. Во дворе гуляют котята, щенята и жеребята, всего 50 животных. Котят в 11 раз больше, чем щенят. А жеребят больше, чем щенят, но меньше, чем котят. Сколько жеребят гуляет во дворе?

Ответ: 14.

Решение. Разберём несколько случаев.

- Если во дворе 1 щенок, то котят 11, а жеребят $50 - 1 - 11 = 38$, что больше, чем количество котят. Этот случай невозможен.

- Если во дворе 2 щенка, то котят 22, а жеребят $50 - 2 - 22 = 26$, что больше, чем количество котят. Этот случай невозможен.
- Если во дворе 3 щенка, то котят 33, а жеребят $50 - 3 - 33 = 14$. Данный случай возможен.
- Если во дворе 4 щенка, то котят 44, а жеребят $50 - 4 - 44 = 2$. Этот случай противоречит условию задачи, так как щенят больше, чем жеребят.
- Если щенят хотя бы 5, то котят должно быть хотя бы 55, что уже больше общего количества животных.

Получаем, что возможен только третий случай. □

Задача 3.8. В мешке у Буратино лежат 20 шариков — 8 синих, 7 красных и 5 зелёных. Для театрального представления нужны 7 шариков двух цветов: хотя бы 4 шарика одного цвета и хотя бы 3 шарика другого. Карабас Барабас хочет забрать из мешка несколько шариков, не показывая Буратино, какие цвета он забирает. Какое наибольшее количество шариков Буратино может разрешить Карабасу забрать, чтобы быть уверенным, что в мешке останется достаточно шариков для представления?

Ответ: 7.

Решение. Если дать возможность Карабасу забрать 8 шариков, то он может забрать 5 красных и 3 зелёных шарика. Таким образом, у Буратино останется 8 синих, 2 красных и 2 зелёных шарика, чего явно не хватит для представления.

Докажем, что, забрав любые 7 шариков, Карабас не сможет помешать представлению.

Если он заберёт хотя бы 5 синих шариков, то он заберёт не более 2 шариков оставшихся двух цветов. Тогда, очевидно, у Буратино останется хотя бы 5 красных и хотя бы 3 зелёных шарика, чего точно хватит для представления.

Если же он заберёт не более 4 синих шарика, то у Буратино останется хотя 4 синих шарика. Остаётся лишь понять, что у него останется либо 3 красных, либо 3 зелёных шарика.

Предположим, что это не так. Тогда у Буратино останется не более 2 красных и не более 2 зелёных шариков. Получается, Карабас забрал хотя бы $7 - 2 = 5$ красных и хотя бы $5 - 2 = 3$ зелёных шарика, то есть он забрал хотя бы $5 + 3 = 8$ шариков; противоречие. □