11 класс

1. Условие. В некотором пункте **A** в день весеннего равноденствия Солнце в верхней кульминации располагалось вдвое выше, чем в пункте **B** также в верхней кульминации, а его заход длился в полтора раза меньше, чем в пункте **B**. Найти широты обоих пунктов. Рефракцией пренебречь.

1. Решение и система оценивания. См. задание 1 для 10 класса.

2. Условие. Началом «эры Водолея» иногда называют момент, когда точка весеннего равноденствия перейдет в созвездие Водолея. «Эра» наступит в 2597 году. В какой день в настоящее время Меркурий переходит из созвездия Водолея в созвездие Рыб, если он находится при этом в наибольшей западной элонгации и одновременно – в афелии своей орбиты? Орбиту Земли считать круговой, а орбиту Меркурия – лежащей в плоскости эклиптики.

2. Решение. Эра Водолея наступит через 578 лет. Этот промежуток времени есть (578/25800) = 0.0224 часть от полного периода прецессии. За это время точка весеннего равноденствия сдвинется по эклиптике на $\lambda = (360° \cdot 0.0224) = 8.1°$. Эту величину можно также получить, умножив величину годичной прецессии (50.3″) на 578 лет. Таким образом, в настоящее время точка пересечения границы созвездий Водолея и Рыб и линии эклиптики отстоит на угол λ к западу от точки весеннего равноденствия.

Орбита Меркурия имеет большую полуось a=0.3871 а.е. и эксцентриситет e=0.2056. Из этого определим ее угловое расстояние от Солнца в момент наибольшей западной элонгации в афелии:

$$l = \arcsin\,(a\,(1 + e)) = 27.8°.$$

Коль скоро элонгация западная, в указанный момент Солнце отстоит от точки весеннего равноденствия к востоку на угол $l - \lambda = 19.7°$, то есть весеннее равноденствие уже произошло. Считая орбиту Земли круговой, получаем, что на преодоление такой дуги орбиты (или на преодоление Солнцем такой дуги видимого пути по эклиптике) потребуется время (19.7/360) T = 20 дней (здесь T – продолжительность земного года). Таким образом, наибольшая западная элонгация Меркурия на границе созвездий Водолея и Рыб может наступить через 20 дней после весеннего равноденствия, то есть 9-10 апреля. Очень похожая ситуация наступит в апреле 2019 года. Наибольшая западная элонгация Меркурия наступит 11 апреля вблизи границы созвездий Водолея и Рыб (саму границу планета пересечет чуть позже из-за наклона своей орбиты к эклиптике).

2. Система оценивания. Первым этапом решения задания является определение углового расстояния между точкой эклиптики на границе созвездий Водолея и Рыб и текущим положением точки весеннего равноденствия. Допустимая погрешность этой величины составляет 0.5°, этап оценивается в 2 балла. Далее участники олимпиады должны определить угловое расстояние между Солнцем и Меркурием в момент наибольшей элонгации в афелии либо взять его как известное. Допустимая погрешность также 0.5°, величины 27° и 28°, взятые как известные, также считаются правильными; этап оценивается еще в 2 балла. Если же эксцентриситет орбиты Меркурия не учитывается (и величина элонгации составляет 22°-23°), данный этап не засчитывается, но дальнейшие этапы в случае их выполнения оцениваются полностью.

Последующие два этапа могут выполняться последовательно (вычисление углового расстояния между Солнцем и точкой весеннего равноденствия, затем определение даты), и в этом случае они оцениваются по 2 балла. Если при вычислении углового расстояния допускается ошибка (берется сумма углов, определенных ранее, вместо их разности, неправильно определяется направление относительно точки весеннего равноденствия), оба этапа не засчитываются, максимальная оценка за все задание составляет 4 балла. Участники могут определять дату прохождения Солнцем границы созвездий (12-13 марта), затем формулировать ответ. В этом случае также выставляется по 2 балла за этап. Точность ответа должна быть не хуже 1 дня.

3. Условие. Крупный неподвижный радиотелескоп установлен в центре обратного полушария Луны (селенографические координаты 180° долготы, 0° широты). Ось телескопа направлена в зенит, и телескоп может регистрировать объекты, удаленные от оси не более, чем на 2 градуса. Какая часть небесной сферы будет доступна наблюдениям с этим телескопом, если проводить наблюдения в течение 100 лет? При решении считать, что амплитуда либраций Луны по широте постоянна и равна 6°40′.

3. Решение и система оценивания. См. задание 3 для 10 класса.

4. Условие. Два транснептуновых объекта находятся на расстоянии 50 и 100 а.е. от Солнца, а их альбедо равно 77% и 8% соответственно. Инфракрасный телескоп, работающий на орбите вокруг Земли в узкой спектральной полосе на длине волны 100 мкм, зафиксировал одинаковую яркость обоих тел. Определите разность их звездных величин с Земли в оптическом диапазоне.

4. Решение. Расстояние до обоих тел существенно больше астрономической единицы, и их видимую яркость из окрестностей Земли можно считать такой же, как и из окрестностей Солнца. Поток энергии от Солнца на расстоянии R равен $L/4\pi R^2$, где L – светимость Солнца. Тело с радиусом r задерживает эту энергию с площади πr^2 и отражает ее часть, определяемую сферическим альбедо A. Остальная энергия идет на нагрев тела и в конечном итоге высвечивается в инфракрасной области спектра. Отсюда мы можем записать выражение для температуры далекого тела:

$$4\pi\sigma r^2 T^4 = \frac{L \cdot \pi r^2 (1-A)}{4\pi R^2};$$

$$T = \sqrt[4]{\frac{L(1-A)}{16\pi\sigma R^2}}.$$

Подставляя численные значения, мы получаем, что температура обоих тел одинакова и равна 27K. Это указывает на схожесть инфракрасных спектров транснептуновых тел. Если при этом их инфракрасный поток в какой-либо полосе одинаков, значит и полная яркость в собственного излучения в инфракрасном диапазоне у обоих тел также одинакова. С учетом малости расстояния между Солнцем и Землей по сравнению с радиусами орбит каждого из двух тел эта величина равна

$$J_{\mathrm{I}} = \frac{L \cdot \pi r^2 (1 - A)}{4\pi R^2} \cdot \frac{1}{4\pi R^2} = \frac{L \cdot r^2 (1 - A)}{16\pi R^4}.$$

Таким образом, для тел 1 и 2 справедливо:

$$\frac{r_1^2 (1 - A_1)}{R_1^4} = \frac{r_2^2 (1 - A_2)}{R_2^4}.$$

Учитывая равенство отношений $(1–A)/R^2$ у этих астероидов, полученное свойство означает равенство их видимых диаметров (r/R). Это естественно для теплового излучения объектов с одинаковой яркостью и одинаковой температурой. Перейдем теперь к отраженному излучению в видимом диапазоне. Его поток равен

$$J_{\mathrm{O}} = \frac{L \cdot r^2 A}{16\pi R^4}.$$

Их отношение для двух тел с учетом полученных выше соотношений составит

$$\frac{J_{\mathrm{O1}}}{J_{\mathrm{O2}}} = \frac{r_1^2 A_1}{R_1^4} \cdot \frac{R_2^4}{r_2^2 A_2} = \frac{A_1}{R_1^2} \cdot \frac{R_2^2}{A_2} = \frac{A_1 (1 - A_2)}{A_2 (1 - A_1)}.$$

Соответствующая разность звездных величин есть

$$m_1 - m_2 = -2.5 \lg \frac{A_1 (1 - A_2)}{A_2 (1 - A_1)} = -4.$$

Знак "–" означает, что первое тело в видимых лучах выглядит ярче второго. Мы получаем, что равные по инфракрасной яркости транснептуновые тела очень сильно различаются по яркости в оптическом диапазоне.

4. Система оценивания. Для решения задачи участники олимпиады должны установить, что температуры обоих тел и их полные инфракрасные яркости одинаковы. Этот вывод оценивается в 3 балла, соответственно, даже решение с правильным ответом без данного вывода не может быть оценено выше 5 баллов. Вычисление соотношения яркости двух тел в оптическом диапазоне (численно или в виде формулы) оценивается в 4 балла, применение формулы Погсона и запись ответа – в 1 балл.

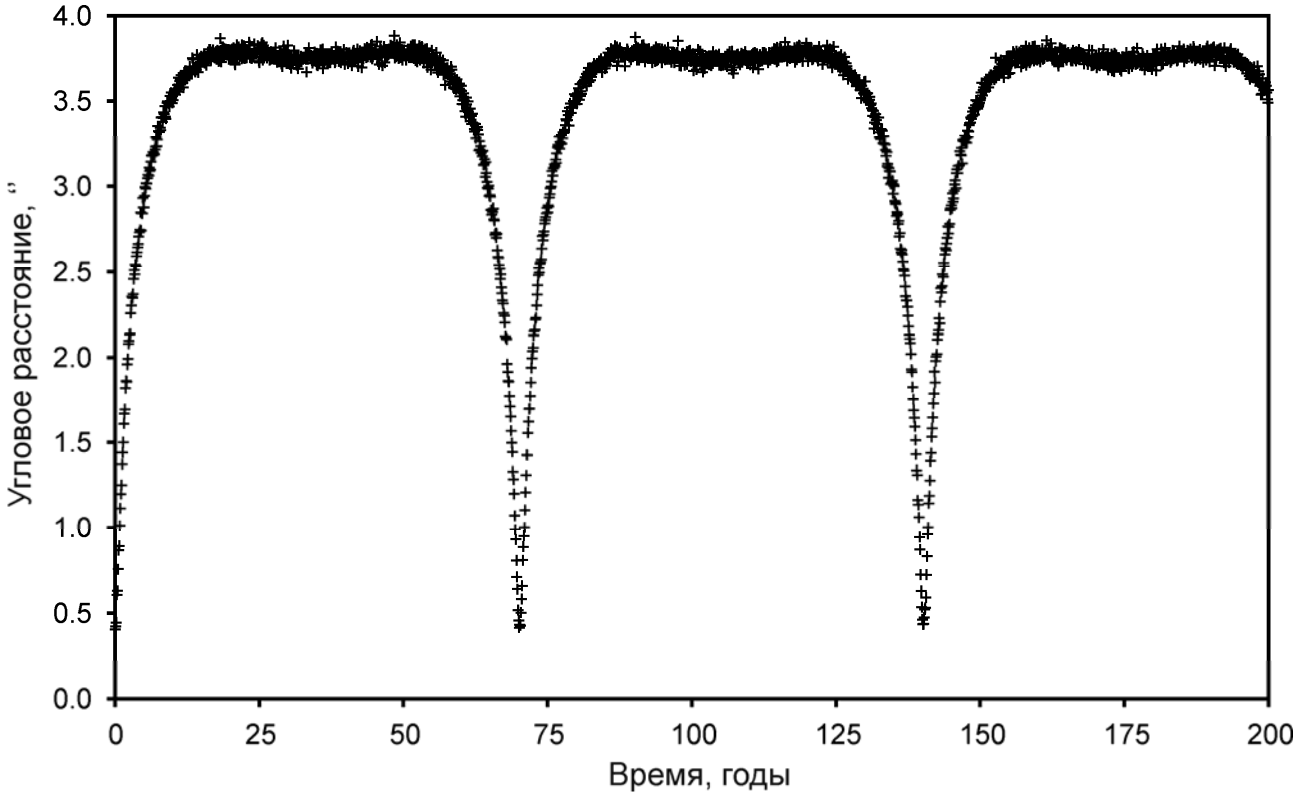
Среди вероятных ошибок участников олимпиады может быть указание, что яркость астероида пропорциональна A/R^4 с последующим получением разницы звездных величин в -5.5^m. В этом случае за решение выставляется 2 балла, еще 3 балла ставятся в том случае, если перед этим был проведен анализ температур и инфракрасных яркостей астероидов.

Участники могут допустить еще одну ошибку и считать, что яркость астероидов пропорциональна A/R^2, не учитывая разницу в их размерах. Хотя в этом случае получается ответ, численно равный правильному (компенсация ошибок, разница -4^m), за него выставляется 1 балл и еще 3 балла, если перед этим был проведен анализ температур, не использовавшийся далее. Наконец, если участники не учитывают альбедо и предполагают, что яркость определяется только расстоянием до объекта, за решение они получают 1 балл в случае ее пропорциональности $1/R^4$ и 0 баллов в случае иного варианта. Опять же, 3 балла выставляются за правильный анализ температур и полных инфракрасных яркостей.

5. Условие. Мимо Солнца на небольшом расстоянии пролетела другая звезда с меньшей массой. В период максимального сближения гелиоцентрическое собственное движение звезды составило 1000″ в год, а длина волны линии Hα (6563 ангстрема) в ее спектре за один год увеличилась на 0.010 ангстрем. Найдите минимальное расстояние между Солнцем и звездой.

5. Решение и система оценивания. См. задание 5 для 10 класса.

6. Условие. Двойная система состоит из одинаковых компонент, подобных Солнцу. На графике приведена зависимость углового расстояния между ними (в угловых секундах) в небе Земли от времени. Определите эксцентриситет орбиты, наклон плоскости орбиты к лучу зрения и расстояние до системы.



6. Решение и система оценивания. См. задание 6 для 10 класса.