Решения и критерии оценивания

Задача 1

Саша, Коля и Дима приняли участие в соревнованиях по бегу на дистанцию $L = 200$ м. На старте друзья располагались на соседних дорожках. Саша, стартовавший на первой дорожке, финишировал первым через $t = 40$ с, а Дима на третьей дорожке отстал от победителя на $\Delta t = 10$ с. Определите скорость Коли на второй дорожке, если известно, что в момент финиша Саши все три бегуна располагались на одной прямой. Скорости бега спортсменов можно считать постоянными на всей дистанции, а беговую дорожку прямой.

Возможное решение

Найдём скорость Саши: $V_1 = \dfrac{L}{t}$ и скорость Димы: $V_3 = \dfrac{L}{t + \Delta t}$.

В момент времени t Дима отстал от Саши на расстояние $\Delta l = (V_1 - V_3)t$.

Из того, что все три друга в этот момент находились на одной прямой, следует, что Коля отстал от Саши на расстояние $\Delta l/2$. С другой стороны $\Delta l/2 = (V_1 - V_2)t$, где V_2 – скорость Коли. Решая записанную систему уравнений, получим: $V_2 = \dfrac{L}{2}\left(\dfrac{1}{t} + \dfrac{1}{t + \Delta t}\right) = 4{,}5$ м/с.

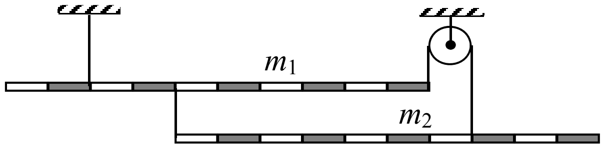
Критерии оценивания

Найдены скорости Саши и Димы (по 1 баллу за каждую) .... **2 балла**
Найдено расстояние, на которое Дима отстал от Саши
в момент времени t .... **2 балла**
Использовано, что друзья расположены на одной прямой, и получена связь
между расстояниями, на которые Дима и Коля отстали от Саши .... **2 балла**
Записано выражение для расстояния, на которое Коля отстал от Саши
в момент времени t, через скорость Коли .... **2 балла**
Получено выражение для скорости Коли .... **1 балл**
Получено численное значение скорости Коли .... **1 балл**

Максимум за задачу **– 10 баллов**.

Задача 2

Система, состоящая из двух однородных стержней разной плотности, находится в равновесии. Масса верхнего стержня $m_1 = 3{,}6$ кг. Трение пренебрежимо мало. Определите, при какой массе m_2 нижнего стержня возможно такое равновесие.



Возможное решение

Запишем уравнение моментов для нижнего стержня относительно его центра тяжести:

$$5T_1 - 2T_2 = 0,$$

где T_1 – сила реакции со стороны левой нити, T_2 – сила реакции со стороны правой нити.

Условие равновесия нижнего стержня:

$$T_1 + T_2 = m_2 g.$$

Из этих двух уравнений находим:

$$T_1 = \frac{2}{7} m_2 g, \ \text{—}\ T_2 = \frac{5}{7} m_2 g.$$

Запишем уравнение моментов для верхнего стержня относительно точки крепления левой (верхней) нити:

$$\frac{2}{7} m_2 g \cdot 2 + m_1 g \cdot 3 - \frac{5}{7} m_2 g \cdot 8 = 0 \ \Rightarrow \ m_2 = \frac{7}{12} m_1 = 2{,}1 \text{ кг.}$$

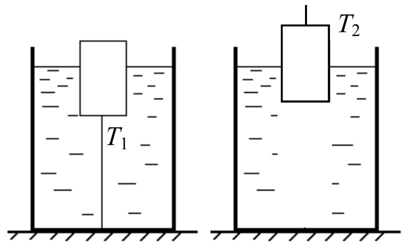
Критерии оценивания

$5T_1 - 2T_2 = 0$ .... **2 балла**
$T_1 + T_2 = m_2 g$ .... **1 балл**
$T_1 = \frac{2}{7} m_2 g$ и $T_2 = \frac{5}{7} m_2 g$ (по 1 баллу за каждую силу) .... **2 балла**
Уравнение моментов .... **4 балла**
$m_2 = 2{,}1$ кг .... **1 балл**

Максимум за задачу – **10 баллов**.

Задача 3

Тело, привязанное нитью ко дну сосуда, погружено в жидкость на 2/3 своего объёма. Сила натяжения нити при этом равна $T_1 = 12$ Н. Для того чтобы вынуть это тело из жидкости на 2/3 объёма, нужно отвязать тело ото дна и приложить к нему сверху направленную вертикально вверх силу $T_2 = 9$ Н. Определите отношение плотностей жидкости и тела.



Возможное решение

Запишем условие равновесия тела в первом случае:

$$T_1 + \rho_т V g = \rho_ж g \cdot \frac{2}{3} V \;\; \Longrightarrow \;\; \left(\frac{2}{3}\rho_ж - \rho_т\right) gV = T_1,$$

где $\rho_т$ – плотность тела, $\rho_ж$ – плотность жидкости, V – объём тела.
Условие равновесия тела во втором случае:

$$T_2 + \rho_ж g \cdot \frac{1}{3} V = \rho_т V g \;\; \Longrightarrow \;\; \left(\rho_т - \frac{1}{3}\rho_ж\right) gV = T_2.$$

Поделим одно уравнение на другое:

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\rho_ж - \rho_т\right)}{\left(\rho_т - \frac{1}{3}\rho_ж\right)} = \frac{T_1}{T_2} \;\; \Longrightarrow \;\; \frac{\rho_ж}{\rho_т} = \frac{\frac{T_1}{T_2} + 1}{\frac{1}{3} \cdot \frac{T_1}{T_2} + \frac{2}{3}} = \frac{3(T_1 + T_2)}{T_1 + 2T_2} = 2{,}1.$$

Критерии оценивания

Сила Архимеда в виде $\rho_ж g V_{погр}$ .... **1 балл**
Условие равновесия тела в первом случае .... **4 балла**
Условие равновесия тела во втором случае .... **4 балла**
$\frac{\rho_ж}{\rho_т} = 2{,}1$ .... **1 балл**

Максимум за задачу – **10 баллов**.

Задача 4

Для поддержания в доме постоянной температуры $T = +20$ ºС в печку всё время подкладывают дрова. При похолодании температура воздуха на улице понижается на $\Delta t = 15$ ºС, и для поддержания в доме прежней температуры приходится подкладывать дрова в 1,5 раза чаще. Определите температуру воздуха на улице при похолодании. Какая температура установилась бы в доме, если бы дрова подкладывали с прежней частотой? Считайте, что мощность передачи теплоты от комнаты к улице пропорциональна разности их температур.

Возможное решение

Пусть температура воздуха на улице до похолодания была равна t, а тепловая мощность, поступающая в дом за счёт сжигания дров, была равна P. Тогда до похолодания:

$$P = \alpha(T - t),$$

где α – некоторый постоянный коэффициент пропорциональности.
После похолодания:

$$1{,}5P = \alpha\big(T - (t - \Delta t)\big).$$

Поделим одно уравнение на другое:

$$\frac{3}{2} = \frac{T-(t-\Delta t)}{T-t} \implies t - \Delta t = T - 3\Delta t = -25℃.$$

Если бы дрова подкладывали с прежней частотой, то:

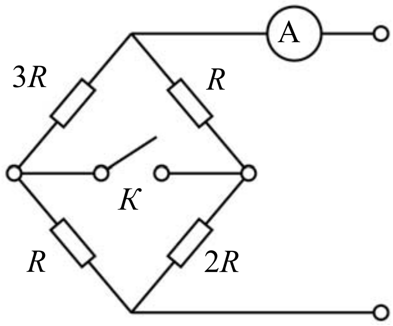
$$\frac{2}{3}\big(T - (t - \Delta t)\big) = \big(T' - (t - \Delta t)\big) \implies T' = \frac{2}{3}T + \frac{1}{3}(t - \Delta t) = T - \Delta t = 5℃.$$

Критерии оценивания

$P = \alpha(T - t)$ .... **3 балла**
$1{,}5P = \alpha\big(T - (t - \Delta t)\big)$ .... **3 балла**
$t - \Delta t = -25℃$ .... **1 балл**
$T' = 5℃$ .... **3 балла**

Максимум за задачу **– 10 баллов**.

Задача 5



Во сколько раз изменятся показания идеального амперметра при замыкании ключа, если на входные клеммы участка цепи подаётся постоянное напряжение?

Возможное решение

До замыкания ключа показания амперметра:

$$I = \frac{U}{R_{\text{общ}}} = \frac{U}{\frac{4R \cdot 3R}{4R+3R}} = \frac{7U}{12R}.$$

После замыкания ключа общее сопротивление участка равно:

$$R'_{\text{общ}} = \frac{3R \cdot R}{3R+R} + \frac{2R \cdot R}{2R+R} = \frac{17}{12}R.$$

Показания амперметра после замыкания ключа:

$$I' = \frac{U}{R'_{\text{общ}}} = \frac{12U}{17R}.$$

Окончательно получаем:

$$\frac{I'}{I} = \frac{12 \cdot 12}{7 \cdot 17} = \frac{144}{119} \approx 1{,}21.$$

Критерии оценивания

Общее сопротивление до замыкания ключа .... **3 балла**

$I = \frac{7U}{12R}$ .... **1,5 балла**

Общее сопротивление после замыкания ключа.................................. **3 балла**

$I' = \frac{12U}{17R}$ .... **1,5 балла**

$\frac{I'}{I} = \frac{144}{119} \approx 1{,}21$ .... **1 балл**

Максимум за задачу – **10 баллов**.

В случае, если решение какой-либо задачи отличается от авторского, эксперт (учитель) сам составляет критерии оценивания в зависимости от степени и правильности решения задачи.

При правильном решении, содержащем арифметическую ошибку, оценка снижается на 1 балл.

Всего за работу – **50 баллов**.