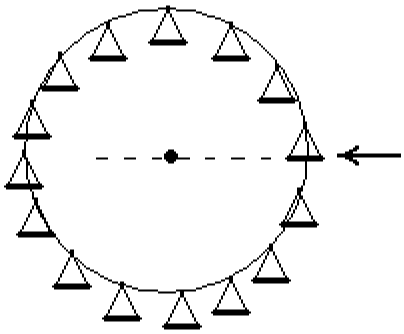
# Решения и критерии оценивания

## Задача 1



Колесо обозрения радиусом $R = 60$ м вращается с постоянной угловой скоростью в вертикальной плоскости, совершая полный оборот за время $T = 2$ мин. В момент, когда пол одной из кабинок находился на уровне центра колеса (показано стрелкой), пассажир этой кабинки положил на пол плоский предмет. При каком минимальном коэффициенте трения между предметом и полом предмет не начнёт скользить в тот же момент? Зависит ли ответ от того, в какую сторону вращается колесо? Размеры кабинок можно считать намного меньшими радиуса колеса.

### *Возможное решение*

Так как размеры кабинок можно считать намного меньшими радиуса колеса, то, следовательно, центры колеса и окружности, по которой движется тело, почти совпадают, и в нашем случае вектор ускорения предмета можно считать направленным горизонтально.

Запишем второй закон Ньютона для тела в проекциях на вертикальную и горизонтальную оси соответственно:

$$N = mg,$$

$$F_{\text{тр}} = m\omega^2 R,\ \text{где}\ \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Если тело не проскальзывает по поверхности, то $F_{\text{тр}} \leq \mu N = \mu mg$. Следовательно,

$$\mu mg \geq m\omega^2 R = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R$$

и минимальный коэффициент трения

$$\mu = \frac{4\pi^2 R}{gT^2} \approx 0{,}017.$$

### *Критерии оценивания*

Вектор ускорения направлен (почти) горизонтально .............................. **2 балла**

$N = mg$ .................................................................................... **1 балл**

$F_{\text{тр}} = m\omega^2 R$ .................................................................................... **2 балла**

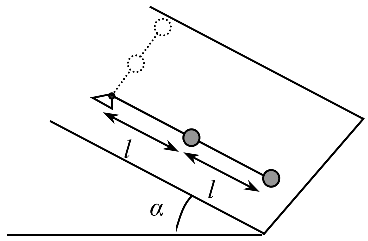
$\omega = \frac{2\pi}{T}$ .................................................................................... **1 балл**

$F_{\text{тр}} \leq \mu N$ .................................................................................... **2 балла**

$\mu = \frac{4\pi^2 R}{gT^2} \approx 0{,}017$ .................................................................................... **2 балла**

*Максимум за задачу* – **10 баллов**.

## Задача 2




На наклонной плоскости с углом наклона $\alpha$ к горизонту находится система из двух небольших одинаковых шариков, закреплённых на лёгкой спице, верхний конец которой закреплён шарнирно на плоскости. Расстояния между шариками и от шарнира до ближайшего к нему шарика одинаковы и равны $l$. Систему выводят из положения равновесия, повернув спицу на 90° (при этом шарики касаются плоскости), и отпускают без сообщения начальной скорости. Найдите отношение модулей сил натяжения спицы на её свободных участках в момент прохождения спицей положения равновесия. Трением можно пренебречь.

### *Возможное решение*

Пусть масса одного шарика равна $m$, $T_1$ – сила реакции, действующая со стороны верхней свободной части спицы на верхний шарик, $T_2$ – сила реакции, действующая со стороны нижней свободной части спицы на нижний шарик.

Пусть в момент прохождения спицей положения равновесия её угловая скорость равна $\omega$. Запишем закон сохранения механической энергии:

$$2mg \cdot 2l\sin\alpha = mgl\sin\alpha + \frac{m(\omega l)^2}{2} + \frac{m(\omega\cdot 2l)^2}{2} \implies \omega^2 l = \frac{6}{5}g\sin\alpha.$$

Применим второй закон Ньютона для верхнего шарика в момент прохождения системой положения равновесия:

$$T_1 - T_2 - mg\sin\alpha = m\omega^2 l = \frac{6}{5}mg\sin\alpha$$

и для нижнего шарика:

$$T_2 - mg\sin\alpha = m\omega^2\cdot 2l = \frac{12}{5}mg\sin\alpha.$$

Решая полученную систему уравнений, находим:

$$T_1 = \frac{28}{5}mg\sin\alpha, \quad — \ T_2 = \frac{17}{5}mg\sin\alpha,$$

откуда окончательно получаем:

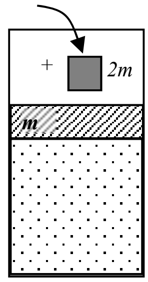
$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{28}{17}.$$

### *Критерии оценивания*

Закон сохранения механической энергии........................................ **4 балла**
$T_1 - T_2 - mg\sin\alpha = m\omega^2 l$ ........................................ **2,5 балла**
$T_2 - mg\sin\alpha = m\omega^2\cdot 2l$ ........................................ **2,5 балла**
$\frac{T_1}{T_2} = \frac{28}{17}$ ........................................ **1 балл**

*Максимум за задачу* – **10 баллов**.

## Задача 3




В вертикальном теплоизолированном цилиндре под тяжёлым подвижным поршнем находится одноатомный идеальный газ, занимающий объём $V$. На поршень ставят груз, имеющий массу вдвое большую, чем масса поршня. Найдите объём газа в новом положении равновесия. Давлением над поршнем и трением поршня о стенки цилиндра можно пренебречь.

***Возможное решение***

Запишем для начального состояния ν молей газа уравнение Клапейрона–Менделеева:

$$\frac{mg}{S}V = \nu R T_1.$$

Здесь $m$ – масса поршня, $S$ – площадь его сечения, $T_1$ – начальная температура газа. Для конечного состояния, в котором газ занимает объём $V_2$:

$$\frac{3mg}{S}V_2 = \nu R T_2.$$

Из закона сохранения энергии, применённого для системы «газ + поршень + груз», следует:

$$\frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) = 3mg\frac{V - V_2}{S}.$$

Решая систему уравнений, получаем:

$$V_2 = \frac{3}{5}V.$$

***Критерии оценивания***

$\frac{mg}{S}V = \nu R T_1$ ........................................................ **2 балла**
$\frac{3mg}{S}V_2 = \nu R T_2$ ........................................................ **2 балла**
Закон сохранения энергии ........................................................ **4 балла**
$V_2 = \frac{3}{5}V$ ........................................................ **2 балла**

*Максимум за задачу* – **10 баллов**.

## Задача 4

Всё пространство между обкладками плоского конденсатора занимает непроводящая пластина с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 2$. Этот конденсатор через резистор с большим сопротивлением подключён к батарее с ЭДС $E = 100$ В. Пластину быстро вынимают так, что заряды пластин конденсатора за время удаления пластины не успевают измениться. Определите, какую минимальную работу необходимо совершить для такого удаления пластины. Какое количество теплоты выделится в цепи к моменту, когда система придёт в новое равновесное состояние? Электрическая ёмкость незаполненного конденсатора $C_0$ = 100 мкФ.

### *Возможное решение*

До удаления пластины энергия конденсатора была равна:

$\frac{q^2}{2C_0\varepsilon}$, где $q = \varepsilon C_0 E$ – заряд на пластинах конденсатора.

При удалении пластины заряд конденсатора не успевает измениться. Это означает, что энергия конденсатора после удаления пластины стала равна $\frac{q^2}{2C_0}$.

Работа, которую необходимо совершить при удалении пластины, равна:

$$A = \frac{q^2}{2C_0} - \frac{q^2}{2C_0\varepsilon} = \frac{1}{2}\varepsilon(\varepsilon - 1)C_0E^2 = 1 \text{ Дж}.$$

В новом равновесном состоянии заряд конденсатора будет равен $C_0E$. Значит, через батарею протечёт заряд $\varepsilon C_0E - C_0E = (\varepsilon - 1)C_0E$ (батарея при этом совершит отрицательную работу). Запишем закон сохранения энергии:

$$\frac{(\varepsilon C_0E)^2}{2C_0} - (\varepsilon - 1)C_0E \cdot E = \frac{(C_0E)^2}{2C_0} + Q \;\Rightarrow\; Q = \frac{(\varepsilon - 1)^2}{2}C_0E^2 = 0{,}5 \text{ Дж}.$$

### *Критерии оценивания*

$q = \varepsilon C_0E$ ........................................ **1 балл**

$W_1 = \frac{q^2}{2C_0\varepsilon}$........................................ **1 балл**

$W_2 = \frac{q^2}{2C_0}$ ........................................ **1 балл**

$A = W_2 - W_1$ ........................................ **1 балл**

$A = 1$ Дж........................................ **0,5 балла**

Протёкший заряд через батарейку $(\varepsilon - 1)C_0E$........................................ **2 балла**

Батарейка совершает отрицательную работу........................................ **2 балла**

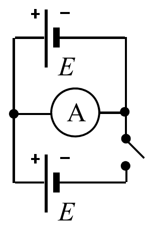
Закон сохранения энергии в виде $W_1 + A_б = W_2 + Q$ ........................................ **1 балл**

$Q = 0{,}5$ Дж ........................................ **0,5 балла**

*Максимум за задачу* – **10 баллов**.

## Задача 5

В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, при разомкнутом ключе через амперметр протекает ток силой $I_1 = 0{,}5$ А, а при замкнутом ключе – силой $I_2 = 0{,}8$ А. Определите напряжение между контактами разомкнутого ключа. ЭДС каждого источника $E = 2{,}0$ В, их внутренние сопротивления одинаковы.




***Возможное решение***

Пусть сопротивление амперметра равно $R$, а внутреннее сопротивление источника равно $r$. При разомкнутом ключе закон Ома для полной цепи имеет вид:

$$I_1(r + R) = E.$$

После замыкания ключа силы токов, текущих через батарейки, равны $\frac{1}{2}I_2$. Выберем замкнутый контур, содержащий амперметр, и также применим для него закон Ома для полной цепи:

$$\frac{1}{2}I_2 r + I_2 R = E.$$

Отсюда находим:

$$R = \frac{(2I_1 - I_2)E}{I_1 I_2}.$$

Напряжение между контактами разомкнутого ключа равно:

$$U = E - I_1 R = 2\frac{I_2 - I_1}{I_2}E = 1{,}5 \text{ В}.$$

***Критерии оценивания***

$I_1(r + R) = E$ ........................................................................................**2 балла**
После замыкания ключа токи, текущие через батарейки, равны $\frac{1}{2}I_2$ .......**2 балла**
$\frac{1}{2}I_2 r + I_2 R = E$ ...................................................................................**3 балла**
$U = 1{,}5$ В ...............................................................................................**3 балла**

*Максимум за задачу* – **10 баллов**.

***В случае, если решение какой-либо задачи отличается от авторского, эксперт (учитель) сам составляет критерии оценивания в зависимости от степени и правильности решения задачи.***
***При правильном решении, содержащем арифметическую ошибку, оценка снижается на 1 балл.***

| Всего за работу – **50 баллов**. |
| --- |