Всероссийская олимпиада школьников по информатике, 2017/18 уч. год

Первый (школьный) этап, г. Москва

Решения и критерии оценивания заданий для 5 класса

Задание 1

В доме девять этажей, но лифт сломался, и теперь в нём работают только две кнопки. Нажатие на первую кнопку приводит к тому, что лифт поднимается на пять этажей вверх, а при нажатии на вторую кнопку лифт спускается на три этажа вниз. Подниматься выше девятого этажа или спускаться ниже первого этажа нельзя, ходить по лестнице тоже нельзя. Как подняться с первого этажа на девятый?

Решение

Нужно подняться на 8 этажей, если выполнили x операций «подняться на 5», и y операций «спуститься на 3», то $5x$-$3y$=8. Решение можно найти подбором, , например, такое: $y = 4$, $x = 4$. Можно также заметить, что выполнение операции «подняться на 5» и операции «спуститься на 3» приводит к подъему на 2 этажа, поэтому эти операции нужно выполнить по 4 раза.

Для полного решения необходимо ещё привести пример последовательности операций. Пример.

Операция	**Этаж**
	1
Подняться на 5	6
Спуститься на 3	3
Подняться на 5	8
Спуститься на 3	5
Спуститься на 3	2
Подняться на 5	7
Спуститься на 3	4
Подняться на 5	9

Критерии оценивания

Правильно приведенная последовательность действий – 5 баллов.

Последовательность действий, в которой общее число операций «Подняться на 5» и «Спуститься на 3» найдено верно, но в результате неправильного порядка происходит однократный выход выше 9 этажа или ниже 1 этажа – 3 балла.

Последовательность действий, в которой общее число операций «Подняться на 5» и «Спуститься на 3» найдено верно, но число выходов выше 9 этажа или ниже 1 этажа больше одного – 2 балла.

Правильно указано число операций «Подняться на 5» и «Спуститься на 3» – 2 балла.

Задание 2

В игре «Камень, ножницы, бумага» двое игроков одновременно показывают при помощи

руки один из трёх условных символов – «камень», «ножницы» или «бумага». Игрок выигрывает, если он показал камень, а его противник – ножницы («камень тупит ножницы»), если он показал ножницы, а его противник – бумагу («ножницы режут бумагу»), если он показал бумагу, а его противник – камень («бумага накрывает камень»). Если два игрока показали одинаковые символы, то игра заканчивается вничью.
Алёша и Боря сыграли в эту игру девять раз. Алёша два раза показал камень, три раза – ножницы, четыре раза – бумагу. Боря три раза показал камень, четыре раза – ножницы, два раза – бумагу, но порядок, в котором они показывали эти символы, неизвестен. Определите, какое наибольшее число раз мог выиграть Алёша. А какое наибольшее число раз мог выиграть Боря? Объясните свой ответ.

Решение

Составим таблицу, сколько раз каждый из мальчиков показывал каждый символ:

	Алёша	Боря
Камень	2	3
Ножницы	3	4
Бумага	4	2

Боря мог выиграть все 9 раз, если 3 раза Боря показал камень, Алёша – ножницы, 4 раза Боря показал ножницы, Алёша – бумагу, 2 раза Боря показал бумагу, Алёша – камень.

Посчитаем, сколько раз Алёша мог выиграть у Бори. Такое могло произойти в следующих случаях:

1) Алёша показывает камень, Боря – ножницы. Это могло произойти не более 2 раз.
2) Алёша показывает ножницы, Боря – бумагу. Это могло произойти не более 2 раз.
3) Алёша показывает бумагу, Боря – камень. Это могло произойти не более 7 раз.

Таким образом, Алёша мог выиграть не более 7 раз. Необходимо также привести пример, когда Алёша выиграл у Бори 7 раз.

1) Алёша показывает камень, Боря показывает ножницы – 2 раза.
2) Алёша показывает ножницы, Боря показывает бумагу – 2 раза.
3) Алёша показывает бумагу, Боря показывает камень – 3 раза.
4) Алёша показывает бумагу, Боря показывает ножницы – 1 раз.
5) Алёша показывает ножницы, Боря показывает ножницы – 1 раз.

Алёша выигрывает в случаях 1-3, то есть 7 раз.

Критерии оценивания

Оценка складывается из двух оценок – ответ на вопрос о том, сколько раз мог выиграть Алёша (максимум 3 балла) и сколько раз мог выиграть Боря (максимум 2 балла).

Правильно указано, что Алёша мог выиграть 7 раз, показано, что Алёша не мог выиграть более 7 раз, приведён пример, когда Алёша выигрывает 7 раз – 3 балла.

Отсутствует объяснение, почему Алёша не может выиграть более 7 раз, или отсутствует пример, когда Алёша выигрывает 7 раз – 2 балла.

Дан только ответ, что Алёша может выиграть не более 7 раз – 1 балл.

Правильно указано, что Боря может выиграть 9 раз, приведён пример – 2 балла.

Только ответ, что Боря может выиграть 9 раз без примера – 1 балл.

Задание 3

Три вора – Камнев, Ножницын и Бумагин хотят переправиться через реку. У каждого вора два больших баула. В лодке три места, одно место занимает один человек или один баул. Грести умеет только Камнев. При этом если Камнев останется в лодке или на берегу с баулом Ножницына и Ножницына не будет рядом, то Камнев обчистит баул Ножницына. Аналогично Ножницын обчистит баул Бумагина в его отсутствие, а Бумагин обчистит баул Каменева в его отсутствие. Как им переправиться на другой берег? Опишите алгоритм их действий.

Решение

Возможный алгоритм действий.

1) Камнев перевозит два своих баула и возвращается назад.
2) Камнев перевозит Ножницына с баулом Ножницына, возвращается с Ножницыным.
3) Камнев перевозит Ножницына с баулом Ножницына, возвращается один назад.
4) Камнев перевозит Бумагина с баулом Бумагина, оставляет их на другом берегу, возвращается назад с двумя своими баулами.
5) Камнев перевозит баул Бумагина и возвращается назад.
6) Камнев перевозит два своих баула.

Критерии оценивания

Приведён верный алгоритм – 5 баллов.

Алгоритм с одной ошибкой (например, однажды возникает ситуация, когда один вор может обчистить баул другого вора, или один баул остаётся неперевезённым) – 2 балла.

Алгоритм с двумя ошибками – 1 балл.

Задание 4

Есть чашечные весы без делений. Для взвешивания груза также можно использовать гирьки, массы которых – целое число граммов. Вам необходимо предложить набор гирек, при помощи которого можно отмерить на весах любую массу, равную целому числу граммов от 1 до 10, при этом число гирек в наборе должно быть как можно меньше. Гирьки можно класть на каждую чашку весов, чашки весов должны находиться в равновесии, при этом на одной из чашек весов должен находиться взвешиваемый груз. Массы гирек в наборе могут повторяться. Объясните, как любую массу от 1 до 10 граммов можно взвесить при помощи предложенного набора.

Решение

В оптимальном наборе гирек для уравновешивания любых масс необходимо использовать гирьки, массы которых являются степенями тройки: 1, 3, 9, 27 и т. д. Это связано с тем, что любое число можно представить в уравновешенной троичной системе счисления, при этом цифра 1 будет соответствовать тому, что гирька данной массы кладётся на одну чашку весов, цифра −1 будет соответствовать гирьке на другой чашке весов, а 0 означает, что данная гирька не используется.

Приведем пример уравновешивания всех масс от 1 до 10 при помощи гирек массами 1, 3, 9.

$1 = 1.$

$2 = 3 - 1,$

3 = 3,

4 = 3 + 1,

5 = 9 − 3 − 1,

6 = 9 − 3,

7 = 9 − 3 + 1,

8 = 9 − 1,

9 = 9,

10 = 9 + 1.

От учащегося требуется привести пример конструкции из трёх гирек (их массы могут отличаться от примера 1, 3, 9) и показать, что любую массу можно уравновесить при помощи данного набора гирек.

Критерии оценивания

Приведён пример набора из трёх гирек, объяснено, как уравновесить каждую массу от 1 до 10 при помощи данного набора гирек – 5 баллов.

Только приведён пример правильного набора, без обоснования – 3 балла.

Приведён пример набора из трёх гирек, при этом одна какая-то масса от 1 до 10 не может быть уравновешена при помощи этого набора – 1 балл.

Приведён пример набора из четырёх гирек (например, 1, 2, 4, 8), показано, как уравновесить каждую массу от 1 до 10 при помощи данного набора – 3 балла.

Только приведён пример набора из четырёх гирек, удовлетворяющий условию задачи, без обоснования, почему каждую массу от 1 до 10 можно уравновесить при помощи гирек из данного набора – 1 балл.

Задание 5

Вам нужно умножить некоторое большое число X на 15. У вас есть калькулятор, но на калькуляторе сломались все кнопки операций, кроме сложения. Поэтому вы можете только складывать разные числа (например, можно сложить число X и число X, тогда получится 2X, затем можно сложить число 2X и 2X и получится 4X, а можно сложить 2X и X и получится 3X, то есть можно складывать любые ранее полученные числа между собой). Определите, при помощи какого минимального числа сложений можно получить число 15X. Приведите последовательность операций, при помощи которых можно получить число 15X за указанное число сложений.

Решение

Задачу можно решить за пять операций. Например:

1) 2X = X + X.
2) 3X = 2X + X.
3) 6X = 3X + 3X.
4) 12X = 6X + 6X.
5) 15X = 12X + 3X.

Критерии оценивания

Верный алгоритм с использованием 5 операций – 5 баллов.

Верный алгоритм с использованием 6 операций – 3 балла.

Верный алгоритм с использованием 7 операций – 1 балл.

Неверный алгоритм или число операций больше 7 – 0 баллов.