

## 7 класс

**Задача 1. Скорость света.** Экспериментатор Глюк исследовал движение солнечного зайчика, который изначально покоился, затем с постоянной скоростью перемещался вдоль прямой, а в конце пути опять замер. Глюк раз в минуту записывал в таблицу координату зайчика. Правда, несколько раз он отвлекался и пропустил несколько измерений (в таблице прочерки).

$t$ , мин	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$x$ , м	0	0	-	7	-	-	-	47	-	-	50

Помогите экспериментатору определить, в какой момент зайчик начал движение. С какой скоростью зайчик перемещался? Как долго он перемещался? Кроме этого, заполните пропуски в таблице.

**Задача 2. Который путь длиннее?** Первую треть пути автомобиль ехал со скоростью  $v_1$ , а последнюю треть времени – со скоростью  $v_3$ . На втором участке пути его скорость равнялась средней скорости движения на всём пути. Известно, что  $v_1 > v_3$ .

Какой из участков самый короткий, а какой самый длинный?

На каком участке автомобиль находился дольше всего, а на каком – меньше всего?

**Задача 3. Коробка с сахаром (1).** Кубики сахара-рафинада плотно упакованы в коробку, на которой написано: «Масса нетто ( $m$ ) = 500 г, 168 штук». Длина самого длинного ребра коробки  $c = 98$  мм. Вдоль самого короткого ребра коробки укладывается ровно 4 кусочка сахара. Чему равна плотность  $\rho$  сахара-рафинада?

**Примечание:** «нетто» это масса продукта без учёта массы упаковки (тары).

**Задача 4. С одним велосипедом.** Группа туристов из 3 человек направилась из пункта  $A$  в пункт  $B$ , расстояние между которыми  $L = 22$  км. Попутных машин нет ☹. В распоряжении группы есть один велосипед, на котором одновременно могут ехать не больше 2-х человек. Скорость движения пешим ходом составляет  $v_0 = 5$  км/час, при езде на велосипеде одного человека его скорость  $v_1 = 20$  км/час, а при езде вдвоем –  $v_2 = 15$  км/час. Как должны действовать туристы, чтобы за минимальное время добраться до пункта  $B$ ? Найдите это время.

## Возможные решения

### 7 класс

**Задача 1. (Замятнин М.).** Из-за редких измерений из таблицы сразу не ясно, в какой момент зайчик начал движение, а в какой – остановился. Можно построить график зависимости координаты от времени и по нему найти время  $t$  движения. По коэффициенту наклона графика найдём скорость движения зайчика:  $v = 10$  м/мин. Разделив перемещение  $x = 50$  м на скорость  $v$ , найдём полное время движения  $t_0 = 5$  мин. Время начала движения можно определить по перемещению за 3-ю минуту. Оно составляет 7 метров, следовательно, зайчик двигался 0,7 мин. Время старта 2,3 мин от начала измерений. На месте пропусков должны быть числа 0 м, 17 м, 27 м, 37 м, 50 м и 50 м соответственно.

#### Примерные критерии оценивания

Найдена скорость движения зайчика ..... 3 балла  
Найдено время движения зайчика ..... 2 балла  
Найдено время начала движения ..... 2 балла  
Заполнены пропуски в таблице (по 0,5 балла за точку) ..... 3 балла

**Задача 2. (Слободянин В.).** Поскольку  $v_1 > v_3$ , то  $v_{\text{cp}}$  справедливо неравенство

$$v_1 > v_{\text{cp}} = v_2 > v_3. \dots\dots\dots (1)$$

Учитывая, что  $T_1 + T_2 + T_3 = T$ , получим

$$T_1 < T_3 < T_2 \dots\dots\dots (2)$$

На первом участке  $\frac{S}{3} = v_1 T_1$ . Следовательно  $S > 3 v_{\text{cp}} T_1$ , откуда  $T_1 < \frac{S}{3 v_{\text{cp}}} = \frac{T}{3} = T_3$ .

На третьем участке  $S_3 = v_3 \frac{T}{3} < v_{\text{cp}} \frac{T}{3} = \frac{S}{3} = S_1$ , и  $S_1 + S_2 + S_3 = S$ , откуда следует:

$$S_3 < S_1 < S_2 \dots\dots\dots (3)$$

*Альтернативное решение.* По условию на втором участке

$$v_{\text{cp}} = \frac{S_2}{T_2} = \frac{S - \frac{S}{3} - T_3 v_3}{T - \frac{S}{3v_1} - \frac{T}{3}}.$$

Поделим числитель и знаменатель на  $T$  и приведём подобные. В результате получим:

$$v_{\text{cp}} = \sqrt{v_1 v_3}.$$

Теперь несложно получить неравенства на перемещения и время движения.

#### Примерные критерии оценивания

Написано неравенство для скоростей или  $v_{\text{cp}}$  выражена через  $v_1$  и  $v_3$  ..... 2 балла  
Написано неравенство для времён движения на соответствующих участках  
(по два балла за неравенство) ..... 4 балла  
Написано неравенство для длин соответствующих участков  
(по два балла за неравенство) ..... 4 балла

**Задача 3. (Кармазин С.).** Так как в коробке уложено 4 слоя кусочков сахара, то в одном слое их 42 штуки ( $n = 168/4 = 42$ ). Число 42 можно разложить на простые множители:  $42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$ . Следовательно, один слой может иметь размеры  $21 \cdot 2$  кусочка,  $14 \cdot 3$  кусочка или  $7 \cdot 6$  кусочков. Первые два варианта противоречат условию, так как тогда вдоль самого короткого ребра укладывалось бы 2 или 3 кусочка. Таким образом, вдоль длинного ребра укладывается 7 кусочков и, соответственно, размер ребра кубика сахара равен

$$a = c/7 = 98 \text{ мм}/7 = 14 \text{ мм}.$$

Общий объем сахара равен

$$V = 14 \text{ мм} \cdot 14 \text{ мм} \cdot 14 \text{ мм} \cdot 168 \text{ штук} \approx 460992 \text{ мм}^3 \approx 0,461 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

$$\text{Плотность сахара } \rho = m/V = 0,5/(0,461 \cdot 10^{-3}) \approx 1085 \text{ кг/м}^3.$$

*Примерные критерии оценивания*

Найдено число кусков в слое .....	1 балла
Возможные длины сторон слоя выражены в кусках сахара.....	3 балла
Показано что длины сторон слоя в кусках сахара равны 7 и 6 штук .....	1 балл
Длина ребра куска сахара выражена в мм.....	2 балла
Найден объем куска сахара в мм <sup>3</sup> или м <sup>3</sup> .....	2 балла
Найдена плотность сахара .....	1 балл

**Задача 4. (Варламов С.).** Время путешествия будет минимальным, если все туристы одновременно придут в пункт назначения, а велосипед всё время будет задействован: в сторону от А к Б на нём будут ехать двое, а от Б к А – один).

Пусть два туриста на велосипеде проехали расстояние  $x$ . На это им потребовалось время  $t_2 = x / v_2$ . Затем один из них до пункта Б шёл пешком (и прошёл расстояние  $L - x$  за некоторое время  $t_0$ ), а другой – поехал обратно навстречу своему товарищу, который из А шёл пешком. Пусть на обратную дорогу он потратил время  $\tau$ . Если они встретятся от пункта А на расстоянии  $y = L - x$ , то далее проедут на велосипеде расстояние  $x$  и придут в пункт Б одновременно со спешившимся туристом!

Запишем эти условия на языке формул.

$$v_0(t_2 + \tau) = L - x. \tag{1}$$

За время  $t_2$  пеший турист прошёл расстояние  $x_1 = v_0 t_2 = x \frac{v_0}{v_2}$ . Следовательно, велосипедист проедет обратно, до встречи со своим товарищем, расстояние  $l = x - x_1$  за

время 
$$\tau = \frac{x - x_1}{v_0 + v_1} = \frac{v_2 - v_0}{v_2} \frac{x}{v_0 + v_1}$$

Подставим в формулу (1) времена  $t_2$  и  $\tau$ .

$$v_0 \left( \frac{x}{v_2} + \frac{v_2 - v_0}{v_2} \frac{x}{v_0 + v_1} \right) = L - x.$$

Разрешив это уравнение относительно  $x$  и подставив числовые значения скоростей и расстояния  $L$ , получим:  $x = 15 \text{ км}$ .

Теперь найдём время  $t_2 = \frac{x}{v_2} = 1$  час. Расстояние  $L - x = 7$  км. Откуда  $t_0 = \frac{L - x}{v_0} = 1,4$  часа.

Таким образом, всё время путешествия  $T = t_2 + t_0 = 2,4$  часа.

*Примерные критерии оценивания*

Предложена идея нахождения минимума времени путешествия.....	3 балла
Конкретизация этой идеи ( $y = L - x$ ) .....	1 балл
За формулу (1) или её аналога.....	1 балл
Найдено время $\tau$ перемещения велосипедиста в направлении от $B$ к $A$ .....	1 балл
Решена система уравнений и найдено расстояние $x$ .....	3 балла
Найдено время $T$ всего путешествия .....	1 балл