Задание 7.1. и 8.1. Изменение объема при деформации

С помощью выданного вам оборудования определите длину L_0, диаметр d_0 и объем V_0 недеформированного резинового жгута. Опишите процедуру измерений L_0, d_0, V_0. Подумайте и опишите, как определить длину L_1, диаметр d_1 и объем V_1 **деформированного** (растянутого) резинового жгута. Приведите поясняющий рисунок. Проведите соответствующие измерения. Следите за тем, чтобы деформация жгута была однородной. Повторите измерения для 2 – 3 различных масс груза. Результаты занесите в таблицу. Обозначим увеличение интересующих нас параметров символами ΔL, Δd, ΔV.

№ измерения	L_0, см							$\Delta V/V_0$
1								
2								
3								
4								

1) Постройте график зависимости $\Delta d/d_0$ от $\Delta L/L_0$. Оцените отношение $\mu = (\Delta d/d_0)$ к $(\Delta L/L_0)$ при $(\Delta L/L_0)$ стремящемся к нулю. Коэффициент μ часто встречается в теории упругости и называется коэффициентом Пуассона.
2) Найдите объем растянутого жгута при $L \approx 3L_0$ Укажите, растёт или уменьшается объем жгута при его растяжении.

Приборы и оборудование: резиновый шнур диаметром 2,5 – 3,0 мм, трубка (например, обрезок пластиковой трубы диаметром 25 – 30 мм и длиной 25 – 30 см) или деревянный цилиндр, измерительная лента (или рулетка) длиной не менее 1 м, груз (например, пластиковая бутылка емкостью 0,4 – 0,5 л примерно на 2/3 заполненная водой), емкость для сливания воды (подойдёт пластиковая бутылка объемом полтора литра с обрезанная горлышком), миллиметровая бумага для построения графика.

Возможное решение

Длину недеформированного жгута L_0 можно измерить непосредственно с помощью измерительной ленты. Определим диаметр d_0 методом рядов. Для этого намотаем без натяга плотно (виток к витку) жгут на пластиковую трубу, сосчитаем число витков N и измерим длину s (вдоль трубы) которую заняла намотка. Тогда искомое значение $d_0 = s/N$. Объём жгута можно вычислить по формуле

$$V_0 = \frac{d_0^2 L_0}{1,273}. \quad (1)$$

Для исследования деформированного жгута подвесим на нем бутылку с водой (например, можно привязать жгут к горлышку бутылки). Под действием веса бутылки с водой жгут растянется, новое значение его длины можно измерить непосредственно. Будем плотно наматывать растянутый жгут на трубу (на конце жгута все время висит бутылка, что обеспечивает постоянство его натяжения). При этом диаметр жгута при намотке не меняется (намотка плотная и велика сила трения между трубой и жгутом). Значит, его можно определить методом рядов, аналогично случаю нерастянутого жгута. Когда отношение $\Delta L/L_0$ мало (вычисления по первой измеренной точке) значение коэффициента Пуассона примерно равно 0,5. При увеличении $\Delta L/L_0$ искомое отношение убывает, следовательно, зависимость нелинейная, а проведение прямой по первым нескольким точкам необоснованно, так как они лежат уже вне области применимости линейного приближения. Новое значение объема найдём с помощью формулы (1). Вычисления показывают, что при длине жгута $L = 3L_0$ его объём несколько больше, чем при отсутствии деформации. (Возможное значение $\Delta V/V$ порядка 20%) При малых деформациях объём практически постоянен (однако это сложно наблюдать из-за малой точности измерений).

Примерные критерии оценивания

Измерение длины недеформированного жгута	0,5 балла
Описание метода измерения диаметра методом рядов	1 балл
Измерение диаметра недеформированного жгута	1 балл
Вычисление объема недеформированного жгута	1 балла
Описание метода измерения диаметра деформированного жгута	1,5 балла
Измерения для четырех значений масс грузов	4 x 0,5 балла = 2 балла
График	1 балл
Значение коэффициента Пуассона (по первой точке)	1 балл
Значение относительного изменения объема	1 балл

Задание 7.2. и 8.2. Минимизируем угол

С помощью выданного вам оборудования соберите конструкцию, подобную изображенной на рис. 1.

Прикрепите кнопками лист миллиметровой бумаги к листу фанеры. Прикрепите один конец нити к кнопке, которую воткните в верхний угол листа фанеры. На расстоянии $L_0 = 13 - 15$ см от кнопки привяжите к нити тяжелый груз (обозначим получившийся участок нити AB). Ещё через 13 см привяжите к нити лёгкий груз (второй участок нити обозначим BC). Потяните за свободный конец нити так, чтобы она оказалась горизонтальной. С помощью транспортира измерьте угол φ_1 между участками нити AB и BC. Определите длину L_1 проекции участка нити BC на горизонтальную ось. Увеличьте натяжение нити и измерьте новое значение угла φ_2 и длину L_2 проекции участка BC. Снимите серию значений параметров φ_i и L_i (не менее 10 точек). Постройте график $\varphi(L)$ и с его помощью определите минимальное значение угла φ. Укажите, при какой длине L_i достигается этот угол.

Приборы и оборудование: Лист миллиметровой бумаги, лист картона, нить, два груза разных масс, 5 металлопластиковых кнопок, бумажный транспортир.

Указания организаторам: Лист картона или фанеры должен иметь размеры не менее формата А3. Нить хлопчатобумажная длиной 1 м. В качестве грузов можно использовать, например, две гайки: М 8 и М 12. Металлопластиковые кнопки нужны для крепления листа бумаги к листу картона. Бумажный транспортир печатается по высланному вам шаблону.

Рис. 1

Возможное решение.

Алгоритм выполнения работы прописан достаточно детально в условии задания. Основная сложность состоит в аккуратном выполнении задания и обработке экспериментальных данных (что часто требуется делать при выполнении настоящей научной работы).

Снимем искомую зависимость φ(L). Результаты измерений занесём в таблицу.

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
L_i, см	14,9	14,8	14,7	14,6	14,0	13,0	11,8	10,3	7,9	3,9
φ_i, град.	163	159	155	149	142	142	145	150	158	170

Поскольку φ(L) гладкая функция (без изломов), координату L_i, соответствующую минимуму этой функции наиболее точно можно определить по графику.

Примечание для организаторов олимпиады. Зависимость φ(L) может быть получена теоретически и имеет вид:

$$\varphi = \pi - \arctan\left(\frac{1-k}{k}\sqrt{\left(\frac{L_0}{L}\right)^2 - 1}\right) + \arccos\left(\frac{L}{L_0}\right). \qquad (1)$$

где k – отношение масс лёгкого тяжёлого грузов.

Поиск минимума этой функции – дело трудоемкое, а полученная функция столь громоздка, что ей анализ теряет всякую наглядность.

Примерные критерии оценивания

1. Построение таблицы (указание наименования строк и единиц измеряемых величин) 1 балл
2. Заполнение таблицы (не менее 10 измерений) 3 балла
3. Построение координатной сетки для графика 1 балл
4. Построение графика 3 балла
5. Определение максимума φ 1 балл
6. Определение длины L, соответствующей максимуму φ 1 балл