

Возможные решения

9 класс

Задача 1. Этажи

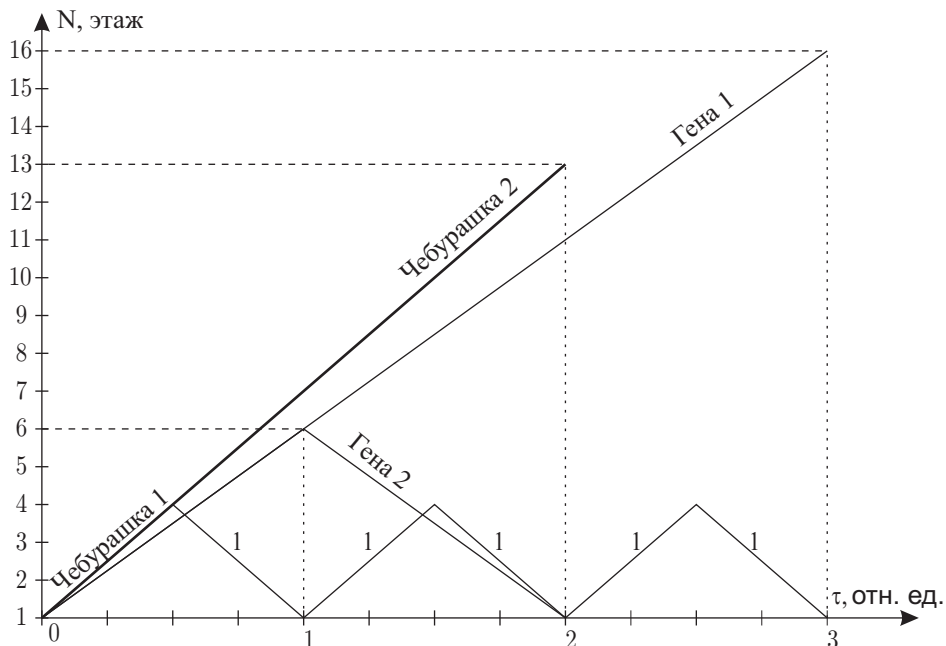


Рис. 6

Построим график зависимости прохождения этажей Геной и Чебурашкой от времени, выраженного в условных единицах (будем считать, что время, затраченное на подъем и спуск Чебурашки на четвертый этаж равно 1 ед.).

Для случая, когда Гена поднимется на 16 этаж, Чебурашка успеет 3 раза добежать до четвертого этажа и вернуться обратно. Аналогично, построим график для второго случая, когда Гена поднимается на шестой этаж и спускается обратно, а Чебурашка добегает до М-го этажа (М - номер искомого этажа), не забывая о том, что Чебурашка и Гена бегают с постоянными скоростями (рис. 6).

Получаем, что искомый этаж — 13-й.

Критерии оценивания

Описана идея построения графика номера этажа от времени.....	4
Правильно построен график.....	4
Получен ответ.....	2

Задача 2. Лёд на привязи

Допустим, что объем льда без учёта полости равен $V_{л}$. По условию задачи

$$V = V_{л} + V_{п}.$$

Поскольку масса вещества не изменяется:

$$V_{л}\rho_{л} = V_{в}\rho_{в}.$$

После того, как весь лёд растаял, занимаемый им объем уменьшился на

$$\Delta V = V_{л} - V_{в} = V_{л} \left(1 - \frac{\rho_{л}}{\rho_{в}} \right),$$

где $V_{в}$ — объем воды, получившейся из расплавившегося льда.

Уровень понижения воды найдем из условия:

$$Sh = \Delta V + V_{п} = V_{л} \left(1 - \frac{\rho_{л}}{\rho_{в}} \right) + V_{п}.$$

Выразим $V_{п}$ и получим:

$$V_{п} = Sh \left(\frac{\rho_{в}}{\rho_{л}} \right) - V \left(\frac{\rho_{в} - \rho_{л}}{\rho_{л}} \right).$$

Для определения натяжения нити воспользуемся вторым законом Ньютона:

$$T = F_{А} - \rho_{л}V_{л}g. \tag{1}$$

По закону Архимеда $F_{А} = \rho_{в}Vg$, объем льда $V_{л} = V - V_{п}$, так что, подставляя найденный ранее объём $V_{п}$ в формулу (1), получим:

$$T = \rho_{в}gSh.$$

Критерии оценивания

Верно записано условия постоянства массы.....	1
Найдено изменение объема льда.....	2
Верно записано условие понижения уровня воды.....	1
Получен ответ для объема полости $V_{п}$	2
Верно записаны второй закон Ньютона и закон Архимеда.....	2
Получен ответ для силы натяжения нити Т.....	2

Задача 3. Камень

Проекция начальной скорости на горизонтальную ось:

$$v_x = v_0 \cos 60^\circ = v_0/2.$$

Из курса геометрии известно, что катет, прилежащий к углу $\varphi = 60^\circ$, вдвое меньше гипотенузы. Отсюда мы заключаем, что через время Δt скорость камня будет направлена горизонтально (рис. 7). Проекция начальной скорости камня на вертикальную ось:

$$v_y = v_0 \sin 60^\circ = g\Delta t = 10 \text{ м/с}.$$

Воспользовавшись теоремой Пифагора, найдем:

$$v_0 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot g\Delta t.$$

Проекция перемещения на горизонтальную ось:

$$S_x = \frac{v_0}{2} \Delta t = \frac{g\Delta t^2}{\sqrt{3}}.$$

Проекция перемещения на вертикальную ось:

$$S_y = \frac{g\Delta t^2}{2}.$$

Модуль перемещения:

$$S = \sqrt{(S_x)^2 + (S_y)^2} = \sqrt{1/4 + 1/3} \cdot g\Delta t^2 \approx 7,64 \text{ м}.$$

Критерии оценивания

Указано, что скорость камня через время Δt будет горизонтальной.....	4
Выражена веретикальная проекция скорости v_y через $g\Delta t$	1
Выражена начальная скорость v_0 через $g\Delta t$	1
Найдена проекция перемещения на вертикальную ось S_y	1
Найдена проекция перемещения на горизонтальную ось S_x	1
Получен ответ для модуля перемещения S	2

Задача 4. «Электрическая цепочка»

При данных условиях место контакта можно считать точечным. Цепочку можно заменить эквивалентной схемой (рис. 8), где R_i — сопротивление половины i -го кольца.

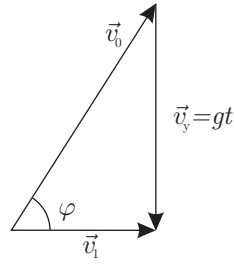


Рис. 7

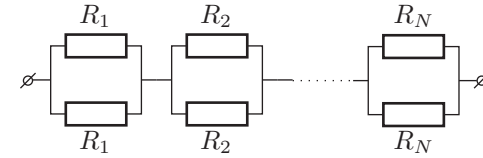


Рис. 8

Обозначим половину длины i -го кольца l_i , а полную длину пошедшей на цепочку проволоки l . Полная длина проволоки — это сумма длин всех колец:

$$l = 2(l_1 + l_2 + \dots + l_N).$$

Сопротивление i -го кольца можно найти по формуле

$$r_i = \frac{R_i}{2} = \frac{\rho l_i}{2S},$$

где S — площадь поперечного сечения проволоки.

Масса цепочки $m = dSl$. Сопротивление всей цепочки:

$$R = (r_1 + r_2 + \dots + r_N) = \frac{\rho}{2S}(l_1 + l_2 + \dots + l_N) = \frac{\rho l}{4S}.$$

Выражая S из формулы для массы цепочки, получаем:

$$l^2 = \frac{4mR}{\rho d}.$$

Длина цепочки L складывается из диаметров колец:

$$L = \frac{2l_1}{\pi} + \frac{2l_2}{\pi} + \dots + \frac{2l_N}{\pi} = \frac{l}{\pi} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{mR}{\rho d}} = 31,8 \text{ см}.$$

Критерии оценивания

Получена эквивалентная схема.....	2
Получена формула для сопротивления одного кольца.....	2
Получена формула для сопротивления цепочки.....	2
Получено выражение, связывающее массу и площадь поперечного сечения.....	1
Получена формула для длины цепочки.....	2
Получен числовой ответ.....	1

Задача 5. Комната с зеркалами

Каждое из зеркал даёт по одному первичному изображению: S_1 и S_2 . Эти изображения, в свою очередь, создают по одному вторичному изображению, которые совпадают. Обозначим это вторичное изображение как S_3 (рис. 9).

Источник S_1 освещает всю стену AC и часть стены CD длиной c . Источник S_2 освещает всю стену AB и часть стены BD длиной c .

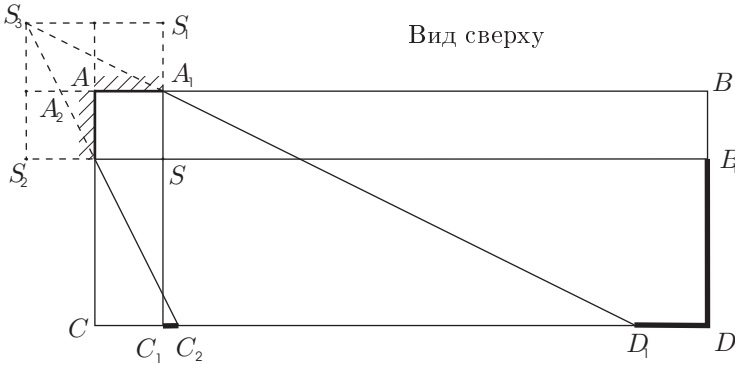


Рис. 9

Источник S_3 освещает участок C_2D_1 стены CD . Соответственно, не будут освещёнными участки C_1C_2 , D_1D , и DB_1 . Из подобия треугольников $A_1S_3A_2$ и $D_1S_3C_2$ найдем длину участка стены CD , освещённого светом от мнимого источника S_3 :

$$C_2D_1 = \frac{3}{2}(c + b).$$

Таким образом, длина неосвещённого участка стен равна:

$$x = (a + b) - 2c - C_2D_1 = a - \left(\frac{b + 7c}{2} \right) = 3,75 \text{ м.}$$

А площадь равна

$$S = Hx = 15 \text{ м}^2.$$

Критерии оценивания

Найдено первичное, изображение S_1	1
Найдено первичное, изображение S_2	1
Найдено вторичное, изображение S_3	1
Найдены участки, освещённые источником S_1	1
Найдены участки, освещённые источником S_2	1
Найдена длинна неосвещённого участка C_1C_2	2
Найдена длинна неосвещённого участка B_1D_1	2
Получен правильный ответ $S = 15 \text{ м}^2$	1